

Matemática Moderna

3er. año
elemental



Ediciones
Tem

\$ 30



INVESTIGACION

Matemática Moderna

3er. Año Elemental



CALI
Calle 9a. No. 8-52

BOGOTÁ, D. E.
Carrera 13 No. 45-90 y
Carrera 6 No. 10-40

MEDELLIN
Carrera 50 No. 53-51

PROGRAMA DE MATEMATICAS

(1964)

Números naturales o cardinales: representación hasta millones.

Repaso de la adición, el orden, la sustracción, la multiplicación, el orden multiplicativo, la división.

Utilización de las Leyes sobre estas operaciones. División. Proceso de la división por dos o más cifras. Proporcionalidad (Regla de tres: nociones).

Representación de los números cardinales o naturales en una recta.

Repaso de las nociones geométricas ya adquiridas. Estudio de otros polígonos no incluidos en el programa del año anterior. Uso del transportador para medir ángulos centrales de una circunferencia. Clasificación de los triángulos según sus ángulos. Rectas paralelas y perpendiculares.

Números fraccionarios: representación, amplificación y simplificación. Adición, ordenación, sustracción.

Representación decimal de los fraccionarios y sustracción de fraccionarios decimales.

Medidas de longitud: múltiplos y submúltiplos.

Es propiedad registrada conforme a la ley.
Prohibida la reproducción en todo o en parte.

PRESENTACION

Tu MATEMATICA MODERNA de Tercer año elemental completará los conocimientos que has adquirido en el Curso anterior.

Contiene una serie de operaciones de repaso de tu Segundo libro, con el fin de que renueves tu agilidad mental antes de iniciar nuevos conocimientos; luego, el estudio de los Conjuntos, de cuya numerosidad resultarán las cifras o números que los distinguen, y de cuyas relaciones resultarán las operaciones de Adición, Sustracción, Multiplicación y División.

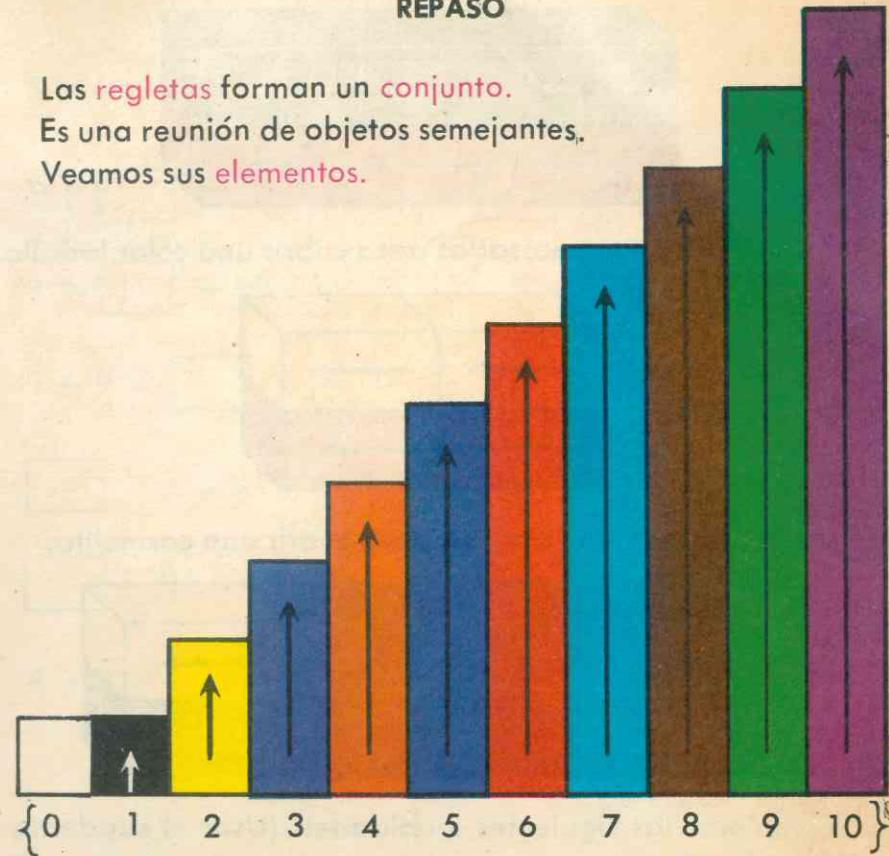
Las nociones de Punto, Línea, Figuras geométricas, junto con las de Fracción, y Proporcionalidad, te prepararán para estudios más amplios en los Cursos siguientes.

Cada noción que adquieras, será garantía de la facilidad para otras más avanzadas, si la asimilas con interés, con gusto y con inteligencia.

UNIDAD 0

REPASO

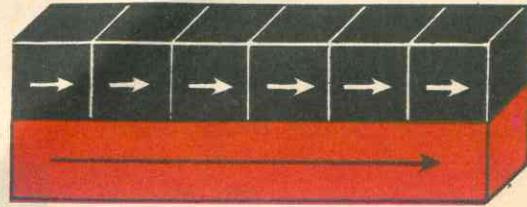
Las **regletas** forman un **conjunto**.
Es una reunión de objetos semejantes.
Veamos sus **elementos**.



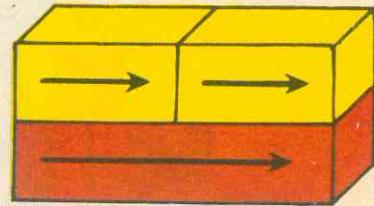
0-B Blanco

1 - Negro	N	6 - Rojo	R
2 - Dorado	D	7 - Ultramar	U
3 - Morado	M	8 - Carmelita	C
4 - Ladrillo	L	9 - Verde	V
5 - Azul	A	10 - Púrpura	P

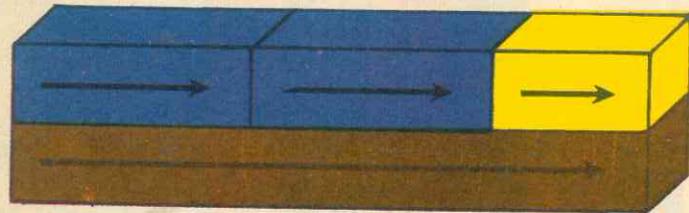
De acuerdo con lo anterior, se necesitan seis regletas negras para cubrir una roja.



Dos doradas son necesarias para cubrir una color ladrillo.



Dos moradas y una dorada para cubrir una carmelita.



Completar las siguientes igualdades: (Usar el cuaderno de trabajo).

L + D =	<input type="text"/>	M + L =	<input type="text"/>
L + N =	<input type="text"/>	U + D =	<input type="text"/>
R + L =	<input type="text"/>	A + A =	<input type="text"/>
D + N =	<input type="text"/>	N + C =	<input type="text"/>

EJERCICIOS - ORALES

1. Diga el número que debe ir en el cuadrado.

$3 + 5 = \square$

$\square + 7 = 10$

$5 + \square = 6$

$\square + 6 = 10$

$1 + \square = 10$

$2 + \square = 7$

$1 + 9 = \square$

$3 + 6 = \square$

$\square + 6 = 8$

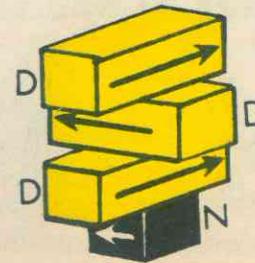
$5 + \square = 5$

$\square + 10 = 12$

$6 + \square = 12$

$8 + 6 = \square$

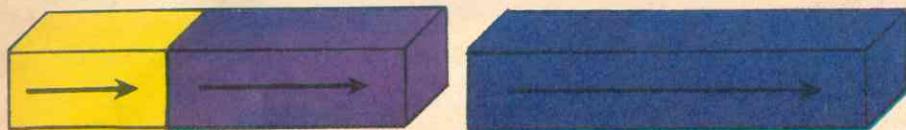
$7 + 8 = \square$



ADICION

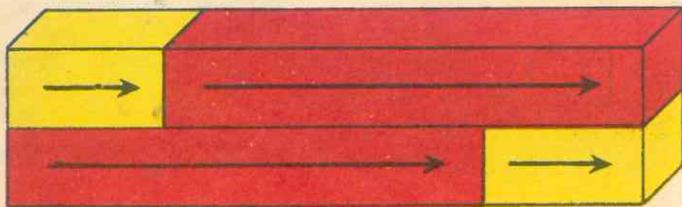
LEYES CONMUTATIVA Y ASOCIATIVA

La adición de números cardinales da como resultado otro número cardinal.



$$\begin{aligned} D + M &= A \\ 2 + 3 &= 5 \end{aligned}$$

La adición de cualquier número con el 0 da como resultado el mismo número. $3 + 0 = 3$.

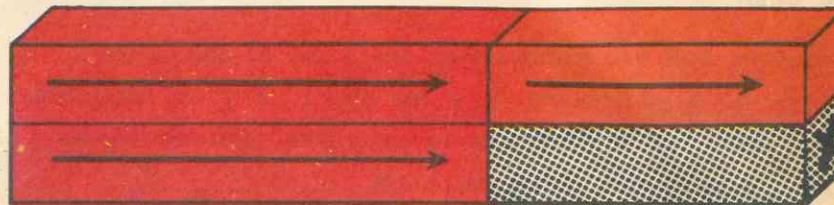


LEYES CLAUSURATIVA Y MODULATIVA

Se puede decir que es lo mismo
dorado mas rojo
que rojo mas dorado
 $2 + 6 = 6 + 2$

LEY CANCELATIVA

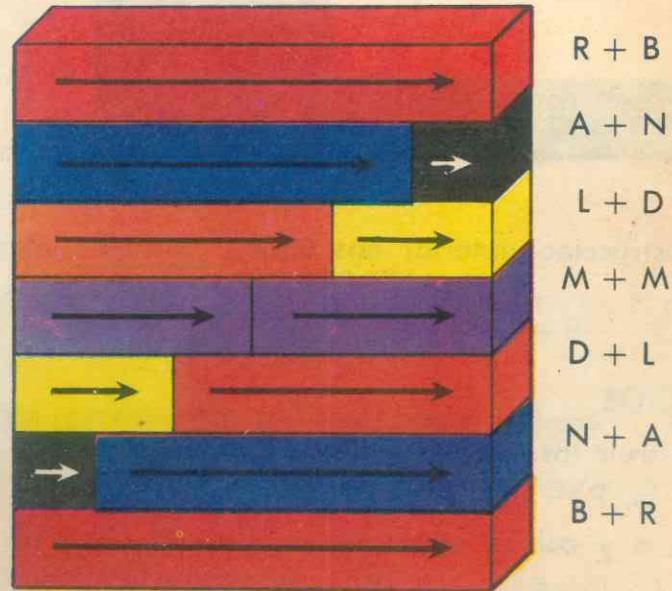
Supongamos que:



Si $R + X = R + L$ se puede sacar como conclusión que $X = L$.

Sea $X + 5 = 7 + 5$; entonces $x = 7$

ORDEN ADITIVO



R + B

A + N

L + D

M + M

D + L

N + A

B + R

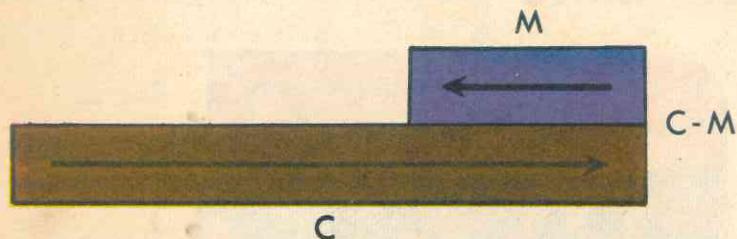
El conjunto de regletas que hemos usado para cubrir la roja es: {B, N, D, M, L, A, R}. Son los minorantes de Rojo. ¿Cuáles serán los de ladrillo L, y los de M, D, N, y B?

¿Cuáles son los minorantes de 5 en el conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5}, y los de 4, y los de {3, 2 y 1?} Recordemos que los minorantes se escriben con el signo \leq . $3 \leq 5$; tres es minorante de cinco.

Lo contrario de Minorante (\leq) es Mayorante (\geq).

DISMINUCION

La sustracción o disminución nos permite quitar de un número mayor, otro menor.



¿La construcción anterior nos indica: carmelita menos morado.

$$8 - 3$$

EJERCICIOS

2. Construir las siguientes disminuciones: $M - N$, $D - N$, $P - D$, $C - R$.
3. Dibuja y coloca el resultado: $C - M$, $A - D$, $R - L$, $V - A$, $P - R$, $A - M$, $R - M$.

4. Reemplaza luego las letras por su valor.

Si escribimos $A - M = D$, también podemos escribir $A = D + M$.

5. ¿Es correcto lo siguiente?

$5 - 2 = 3$	$5 = 3 + 2$
$10 - 4 = 6$	$10 = 6 + 4$
$9 - 3 = 6$	$9 = 6 + 3$
$17 - 7 = 10$	$17 = 10 + 7$

MULTIPLICACION

La multiplicación equivale a una suma repetida del mismo número.

$$3 \times 3 = 3 + 3 + 3 = 9$$

$$2 \times 2 = 2 + 2 = 4$$

$$5 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$$

$$4 + 4 = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$4 \times 2 = 2 \times 4$$

Todo número multiplicado por cero, da como resultado cero.

$$0 \times 3 = 3 \times 0 = 0$$

Todo número multiplicado por la unidad, no cambia.

$$6 \times 1 = 1 \times 6 = 6$$

AMPLIACION DE LA MULTIPLICACION

Al escribir el número 20 podemos pensar que es igual a:

$$20 = 10 + 10 \qquad 20 = 2 \times 10$$

Ahora: 3×20 sería:

$$3 \times 20 = (3 \times 2) \times 10 = 6 \times 10 = 60$$

¿En virtud de qué ley?

Otros ejemplos:

$$3 \times 30 = (3 \times 3) \times 10 = 9 \times 10 = 90$$

$$30 \times 7 = 10 \times (3 \times 7) = 10 \times 21 = 210$$

$$50 \times 10 = 5 \times (10 \times 10) = 5 \times 100 = 500$$

EJERCICIOS

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

Multiplicación horizontal:

6. 4×25

9. 35×9

7. 7×45

10. 48×5

8. 8×78

11. 36×8

Multiplicación vertical:

12.
$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$$

13.
$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

14.
$$\begin{array}{r} 91 \\ \times 27 \\ \hline \end{array}$$

15.
$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$$

16.
$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

17.
$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$$

18.
$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

19.
$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 62 \\ \hline \end{array}$$

20.
$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 87 \\ \hline \end{array}$$

21.
$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$$

DIVISION

La división nos permite repartir o dividir en grupos el total de objetos de un conjunto.

Repartimos 15 palitos entre 5 niñas.

$$\frac{15}{5} = 3. \text{ Quince repartido entre 5, igual 3.}$$

Si tengo 10 colombinas para repartir entre tres niñas

$$10 - 3 = 7$$

$$7 - 3 = 4$$

$$4 - 3 = 1$$

La que quedó se llama residuo. Entonces

$$10 : 3 = 3 \text{ Residuo : } 1$$

EJERCICIOS

22. COMPLETAR:

a) $\frac{14}{7} =$

b) $\frac{12}{3} =$

c) $\frac{16}{4} =$

d) $\frac{10}{5} =$

e) $\frac{6}{2} =$

f) $\frac{10}{2} =$

AMPLIACION DE LA DIVISION

Para efectuar las siguientes divisiones, podemos descomponer las cantidades así:

$$\frac{48}{6} = \frac{(8 \times 6)}{6} = 8$$

$$\frac{50}{10} = \frac{(5 \times 10)}{10}$$

$$\frac{300}{100} = \frac{(3 \times 100)}{100} = 3$$

Ahora tenemos el caso de dividir $\frac{240}{6}$

Pero 240 por una multiplicación de dos factores, es:

$$(24 \times 10) \text{ ó } (10 \times 24)$$

$$\frac{240}{6} = \frac{(10 \times 24)}{6} = 10 \times \frac{(24)}{6} = 10 \times 4 = 40$$

$$\frac{480}{8} = \frac{(10 \times 48)}{8} = 10 \times \frac{(48)}{8} = 10 \times 6 = 60$$

EJERCICIOS

Efectuar las divisiones:

$$23. \frac{720}{9} = \frac{(10 \times 72)}{9} = 10 \times \frac{(72)}{9} = 10 \times 8 = 80$$

$$24. \frac{640}{8} =$$

$$25. \frac{180}{3} =$$

$$26. \frac{280}{7} =$$

$$27. \frac{340}{2} =$$

$$28. \frac{630}{7} =$$

$$29. 450 \underline{/5} \quad 30. 480 \underline{/8} \quad 31. 220 \underline{/2} \quad 32. 420 \underline{/6}$$

$$33. 350 \underline{/7} \quad 34. 320 \underline{/4} \quad 35. 280 \underline{/4} \quad 36. 440 \underline{/4}$$

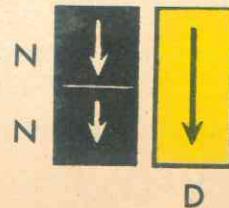
$$37. 400 \underline{/8} \quad 38. 240 \underline{/6} \quad 39. 640 \underline{/8} \quad 40. 250 \underline{/5}$$

Número fraccionario

Si comparamos las regletas pequeñas con las más grandes, tenemos la idea de un número fraccionario.

¿Cuántas veces está la regleta negra en la dorada?

Dos veces, así:

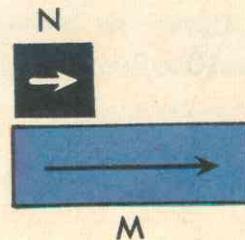


Por tanto la negra es la mitad de la dorada.

$$N = \frac{1}{2} D$$

¿Cuántas veces está la regleta negra en la morada?

Tres veces, así:



Por lo tanto la negra es un tercio de la morada.

$$N = \frac{1}{3} M$$

EJERCICIO

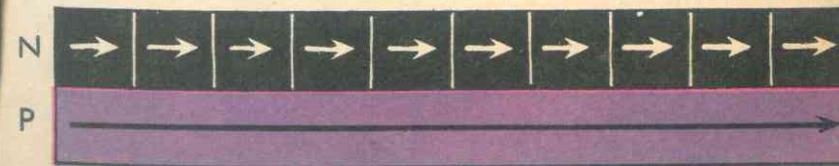
41. Escriba los nombres de las relaciones siguientes:

$$\frac{1}{2}', \frac{1}{4}', \frac{1}{3}', \frac{1}{6}', \frac{1}{8}', \frac{1}{5}', \frac{1}{10}', \frac{1}{9}'$$

UNIDAD DE LONGITUD

Para medir distancias usamos las medidas de longitud.

Submúltiplos del metro.



¿Cuántas veces cabe la regleta negra en la púrpura?
Diez veces. ¿Qué es la regleta negra respecto de la púrpura?

$$N = \frac{1}{10} P$$

$$P = \frac{1}{10} 10 \times P$$

A la longitud de la regleta 10 x P la llamamos, metro.
m.

$$P = \frac{1}{10} \text{ metro}$$

A la regleta púrpura le damos el nombre de decímetro
P = dm.

$$\text{decímetro} = \frac{1}{10} \text{ metro.}$$

Vamos a construir la regleta que llamamos metro con regletas púrpura.

Como una regleta púrpura tiene 10 regletas negras, y el m. 10 regletas púrpura, ¿cuántas regletas negras forman el metro?

Cien.

$$N = \frac{1}{100} \text{ metro.}$$

A la regleta negra le damos un nombre parecido a metro: centímetro, porque es la centésima parte del metro.

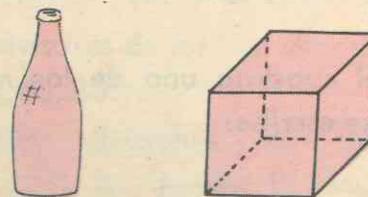
CONCEPTO DE CAPACIDAD

Tomamos un conjunto de vasijas, frascos, botellas y un cubo que tiene un decímetro por cada lado. Llenamos todo con arroz. Primero llenamos el cubo y después pasamos el arroz del cubo al frasco. Observemos que falta arroz para llenarlo completamente.

Decimos que el frasco es de **mayor capacidad**.

Ahora sacamos el arroz del cubo y con un embudo lo llevamos a una botella que se llena; entonces decimos que el cubo y la botella son de la **misma capacidad**.

La botella que tiene la misma capacidad del cubo grande, le damos un nombre: **litro**.



Tomemos ahora un recipiente más pequeño que el anterior y llenemos con arroz el cubo. Diez veces tendremos que llevar el arroz del recipiente pequeño al cubo. La relación es de 1 a 10.

El recipiente pequeño = **decilitro.**

El cubo grande = litro.

decilitro = $\frac{1}{10}$ litro.

litro = $\frac{10}{1}$ decilitro.

centilitro = $\frac{1}{100}$ litro.

litro = $\frac{100}{1}$ centilitro.

EVALUACION

42. Hallar el valor de x en los siguientes ejercicios:

$$x + 8 = 10, \text{ O sea, } x + 8 = 2 + 8, x = 2$$

$$8 + x = 17; \quad 3 + x = 23; \quad x + 7 = 15;$$

$$5 + x = 27; \quad x + 8 = 19; \quad 1 + x = 11;$$

43. Escribe en el cuadrado uno de los minorantes del número que se escribe:

$$\boxed{3} \leq 4$$

$$\boxed{} \leq 8$$

$$\boxed{} \leq 6$$

$$\boxed{} \leq 7$$

$$\boxed{} \leq 5$$

$$\boxed{} \leq 9$$

Efectúe las siguientes restas:

$$44. \begin{array}{r} 63 \\ - 45 \\ \hline \end{array} \quad 45. \begin{array}{r} 45 \\ - 28 \\ \hline \end{array} \quad 46. \begin{array}{r} 95 \\ - 68 \\ \hline \end{array} \quad 47. \begin{array}{r} 82 \\ - 46 \\ \hline \end{array} \quad 48. \begin{array}{r} 54 \\ - 27 \\ \hline \end{array}$$

$$49. \begin{array}{r} 74 \\ - 37 \\ \hline \end{array} \quad 50. \begin{array}{r} 63 \\ - 36 \\ \hline \end{array} \quad 51. \begin{array}{r} 48 \\ - 25 \\ \hline \end{array} \quad 52. \begin{array}{r} 47 \\ - 39 \\ \hline \end{array} \quad 53. \begin{array}{r} 19 \\ - 12 \\ \hline \end{array}$$

54. ¿Qué sucede cuando un número se multiplica por cero? Da ejemplos.

55. ¿Qué sucede cuando un número se multiplica por 1? Da ejemplos.

56. Efectuar las siguientes multiplicaciones:

$$16 \times 2 =$$

$$2 \times (10 + 6) = (2 \times 10) + (6 \times 2) = 20 + 12 = 32$$

$$14 \times 2 =$$

$$15 \times 6 =$$

$$12 \times 5 =$$

$$15 \times 3 =$$

$$11 \times 4 =$$

$$13 \times 4 =$$

$$15 \times 4 =$$

$$16 \times 3 =$$

$$16 \times 2 =$$

57. ¿Cuáles son los divisores de 6, de 0?

58. Halla los divisores de los números siguientes: 12, 24, 36, 40, 48, 60, 80.

59. Efectúa las divisiones de los números siguientes, por 2, 3, 5, 8; indica el residuo si lo hay. 35, 45, 48, 72, 60, 80, 120.

Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$60. \begin{array}{r} 35 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$61. \begin{array}{r} 48 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

$$62. \begin{array}{r} 62 \\ \times 31 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63. \quad 46 \\ \times 62 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64. \quad 36 \\ \times 54 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65. \quad 41 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66. \quad 452 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67. \quad 784 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68. \quad 458 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69. \quad 879 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70. \quad 876 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71. \quad 974 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72. \quad 847 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73. \quad 94 \\ \times 70 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74. \quad 76 \\ \times 56 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75. \quad 98 \\ \times 49 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76. \quad 57 \\ \times 26 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77. \quad 84 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78. \quad 87 \\ \times 50 \\ \hline \end{array}$$

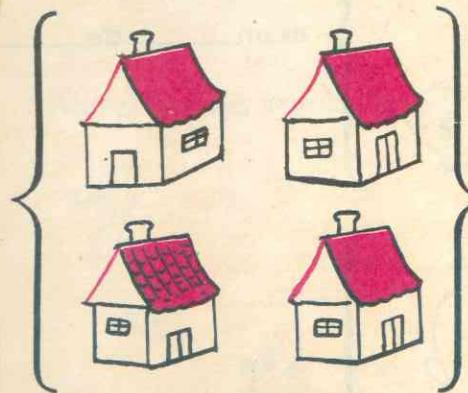
$$\begin{array}{r} 79. \quad 79 \\ \times 65 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80. \quad 94 \\ \times 86 \\ \hline \end{array}$$

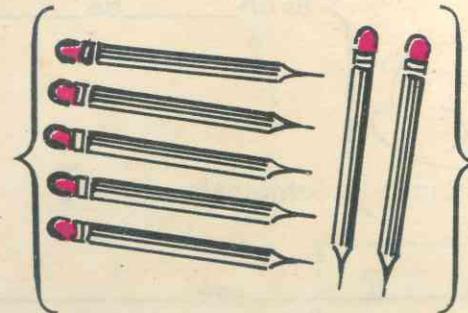


UNIDAD I CONJUNTOS

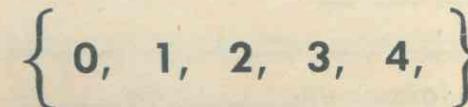
Si observas los elementos, objetos y personas que están a tu alrededor, notarás que están **agrupados**. Hay grupos de personas, de libros, de cosas, de vehículos.



es un conjunto de casitas.



es un conjunto de lápices.

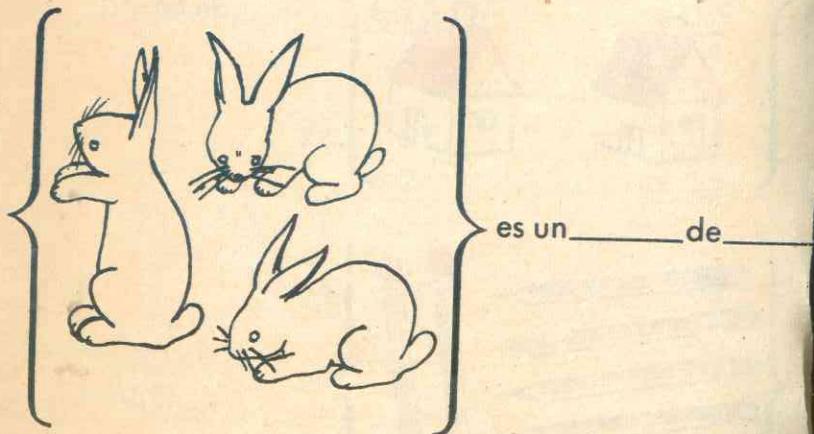
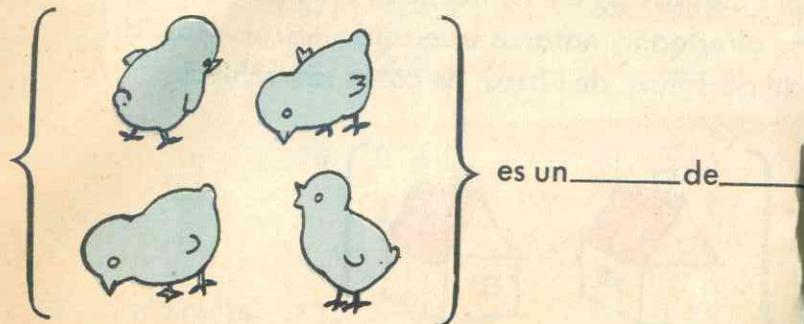


es un conjunto de números.

Toda reunión o colección de objetos o personas con algo que los caracterice, es un conjunto.

EJERCICIOS

81. Completa ahora las siguientes frases:



{ 2, 4, 6, 8, 10 } es un _____ de _____

{ a, e, i, o, u, } es un _____ de _____

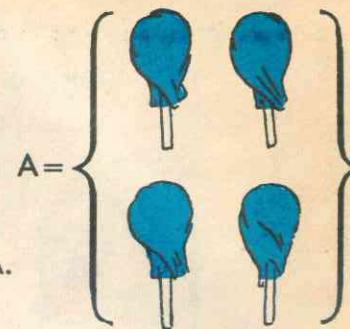
Los pupitres de mi clase forman un _____ de _____

Los libros de mi clase forman un _____ de _____

Mis amigos y yo formamos el _____ de _____

ELEMENTO

Cada uno de los objetos que componen un conjunto es un **ELEMENTO** del conjunto. Así: en el conjunto A, cada bombón será un elemento del conjunto A.



Ahora puedes escribir que:



es un _____ del _____ de _____



es un _____ del _____ de _____

2 es un elemento del conjunto de los números.

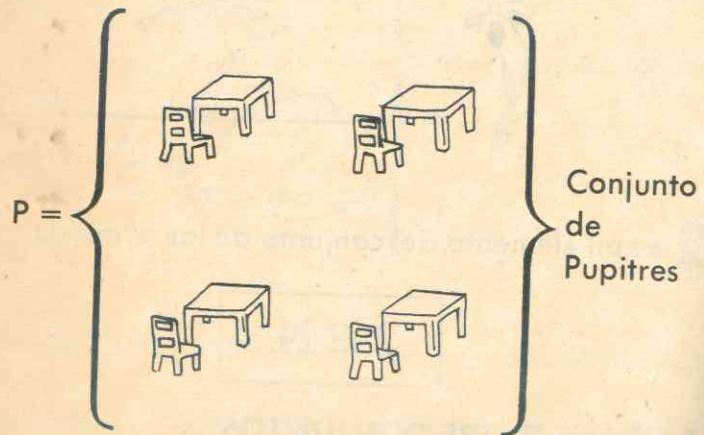
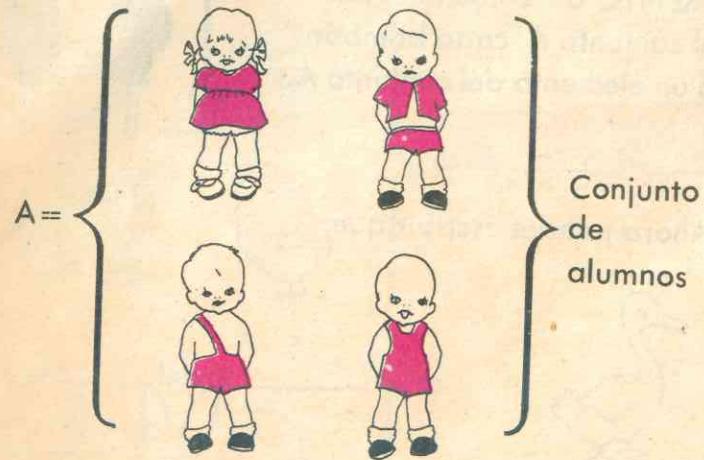
$2 \in \mathbb{N}$

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Correspondencia

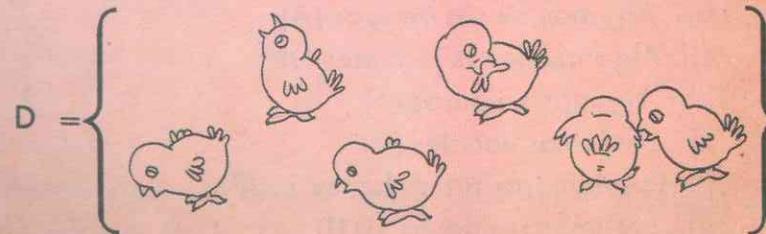
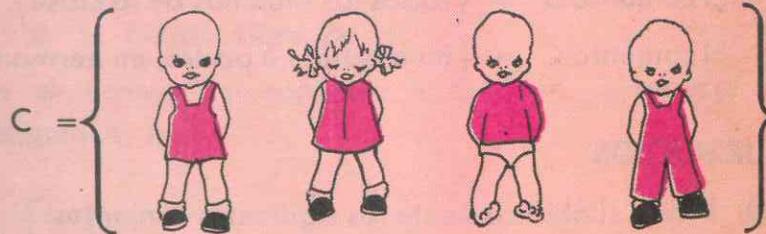
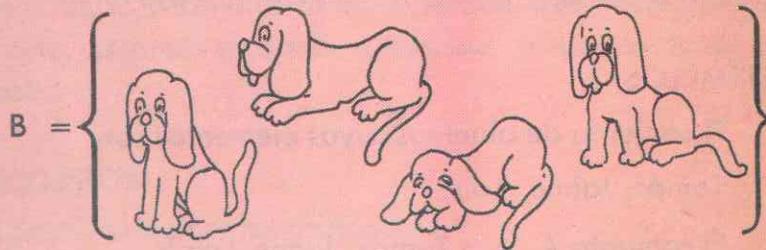
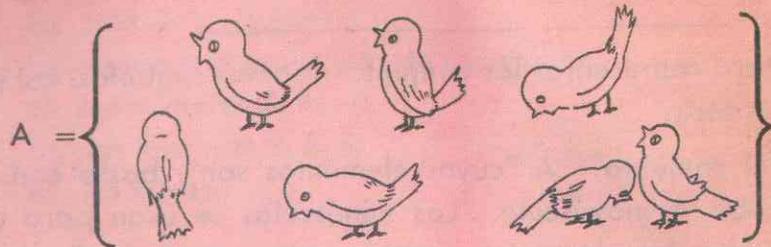
A cada alumno de esta clase le han asignado un pupitre;

a ninguno le hace falta pupitre. Existe el conjunto de Pupitres y el conjunto de Alumnos, que tienen el mismo número de elementos, así:



Los conjuntos anteriores (A y P), de alumnos y de pupitres tienen correspondencia uno-a-uno.

Cuáles de los siguientes pares de conjuntos se corresponden uno-a-uno?



¿Cuáles no se corresponden?

Para representar los conjuntos usamos símbolos; así para decir:

"el conjunto" A "cuyos elementos son": basta con escribir A mayúscula. Las minúsculas se usan para distinguir los elementos, y están colocados entre llaves $\{ \}$. Después de las mayúsculas se coloca el signo =.

EJEMPLOS

El conjunto de alumnos cuyos elementos son:

Tomás, Jaime, Luis;

El conjunto A = {Tomás, Jaime, Luis}

El conjunto B = {Todos los alumnos de la clase}

El conjunto C = {mi madre, mi padre, mi hermano}

EJERCICIOS

82. Indica simbólicamente los siguientes conjuntos:

- Letras de tu nombre (L)
- Algunos de tus amigos (A)
- Algunos de tus juguetes (J)
- Algunos números (N)
- Las letras vocales (V)
- Los números pares hasta 10 (P)
- Los impares hasta 10 (I)

83. Indica simbólicamente a qué conjunto pertenecen los elementos siguientes:

- uno de tus amigos.
- algunas consonantes de tu nombre.
- los números 7, 9, 10.
- los números 2, 6, 8.
- las letras e, i, u.

Poner nombres a los procedimientos, operaciones o símbolos de la Matemática es lo mismo que hacer nomenclatura. Estamos aprendiendo la **nomenclatura** de los conjuntos.

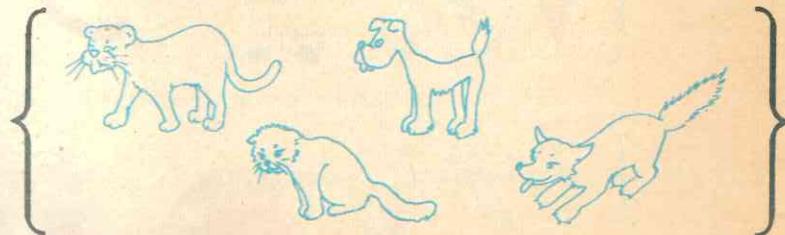
INCLUSION

a) Sean los siguientes conjuntos:

A = {Perro, gato, tigre, zorro}

B = {Gato, tigre, perro}

Los elementos del conjunto B también pertenecen al conjunto A; así:



Entonces decimos que el conjunto B es un **sub-conjunto** del conjunto A.

Lo indicaremos así: $B \subset A$
 Un **subconjunto** es un conjunto incluido en otro conjunto que lo contiene.

b) **Igualdad.** Si tienes los siguientes conjuntos:

$$A = \{ \text{perro, gato, tigre} \}$$

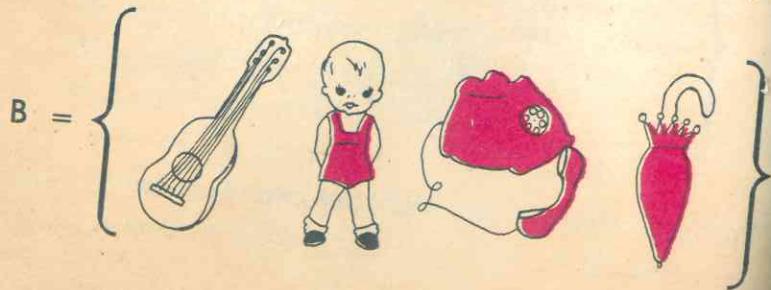
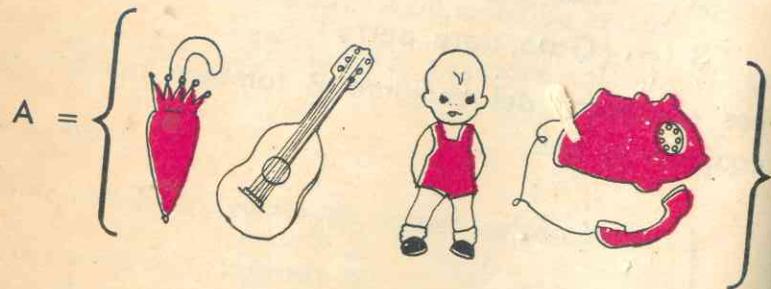
$$B = \{ \text{gato, perro, tigre} \}$$

Los elementos son los mismos. Estos conjuntos son **iguales**. No importa que sus elementos no estén en el mismo orden.

También son **iguales** los siguientes conjuntos:

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

$$N = \{ 5, 1, 2, 3, 4 \}$$



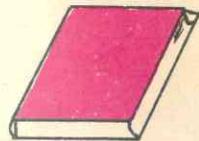
ERCICIOS: (Para hacer en el cuaderno de trabajo)

1. El grupo de alumnos es un _____ de _____

La biblioteca es un _____ de _____

Los conjuntos siguientes: $A = \{ \text{casa, libro, mesa} \}$

y $B = \{ \text{libro, mesa, casa} \}$ son conjuntos _____



Este libro es un _____ del conjunto de libros.

88. El conjunto $A = \{ \text{tigre, perro, gato} \}$ es un _____ del conjunto $B = \{ \text{tigre, perro, gato, zorro} \}$

89. Para representar un conjunto nos valemos de _____

90. Representar simbólicamente, el conjunto de:

—el gato, la gata, el gatico.

—la luna, el sol, la estrella.

—el tigre, el perro y el zorro.

91. Representar simbólicamente los siguientes conjuntos:

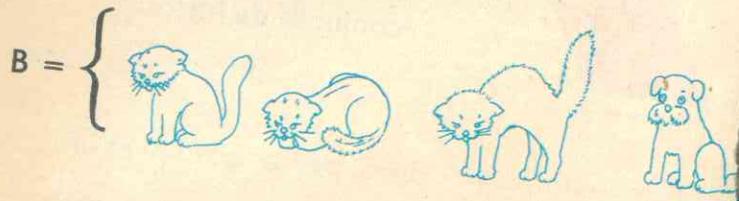
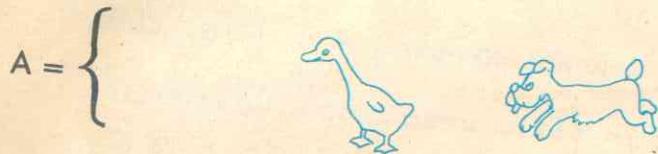
mi carro, mi libro, mi lápiz.

el gato, el carro, el libro.

la casa, el pato, el niño.

92. Ahora dé 5 ejemplos de conjuntos de números o de letras.

93. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos se corresponden uno-a-uno?



Representar con un dibujo:

el subconjunto $A = \{ \text{perro, gallina, caballo} \}$

incluido en $B = \{ \text{perro, conejo, caballo, gallina.} \}$

Diga cuáles de los siguientes conjuntos son iguales.

A = { Luis, Pedro, Juan }

B = { perro, gato, conejo }

C = { gato, conejo, perro }

D = { Doris, Clara, Inés }

E = { Juan, Pedro, Luis }

96. Llene las llaves con un conjunto A, igual a un conjunto B.

A = { _____ }

B = { _____ }

RESUMEN

Una colección de objetos forma un conjunto.

Cada uno de los objetos que componen un conjunto se llama elemento del conjunto.

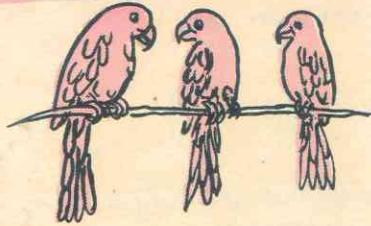
Cuando a cada elemento de un conjunto, corresponde otro elemento de otro conjunto, decimos que se corresponden **uno-a-uno**.

Para representar simbólicamente: "el conjunto cuyos elementos son" basta con

escribir $A = \{ \dots \}$

Un **subconjunto** es un conjunto más pequeño cuyos elementos pertenecen también a otro conjunto.

Dos conjuntos A y B son **iguales**, cuando los elementos de A son los mismos elementos de B.



EVALUACION

97. A una reunión de cuadernos la llamamos un _____

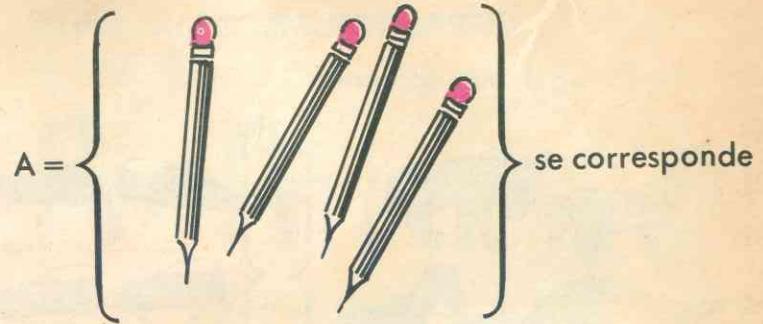
98. Un conjunto está formado por varios _____

99. Los conjuntos se corresponden | **uno - a - uno** | cuando _____

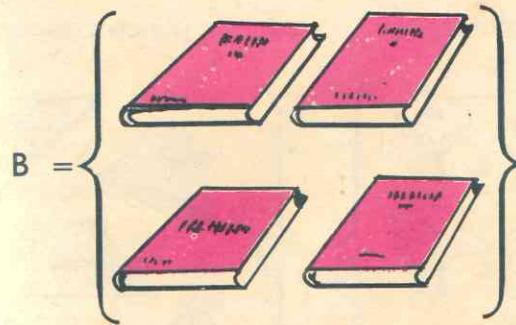
100. El símbolo \subset lo podemos leer _____

101. Un **sub-conjunto** es un _____ cuyos _____ a otro _____

102. Decimos que el conjunto

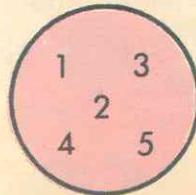


uno-a-uno con

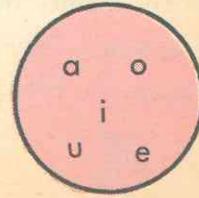


porque _____

103. Indica con letras la correspondencia uno a uno de los siguientes conjuntos:



N

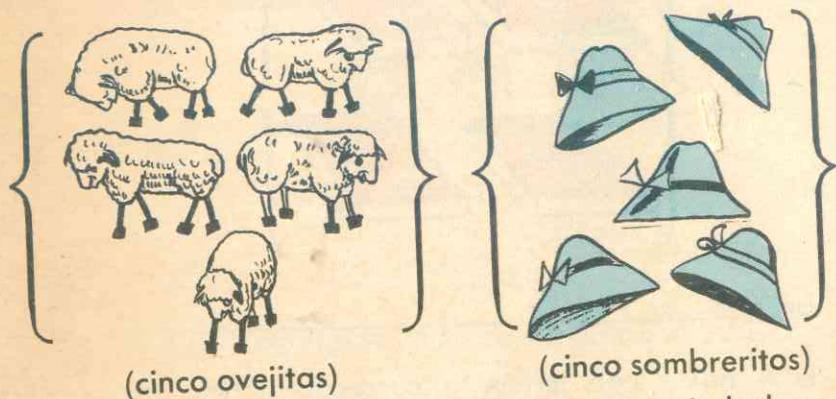
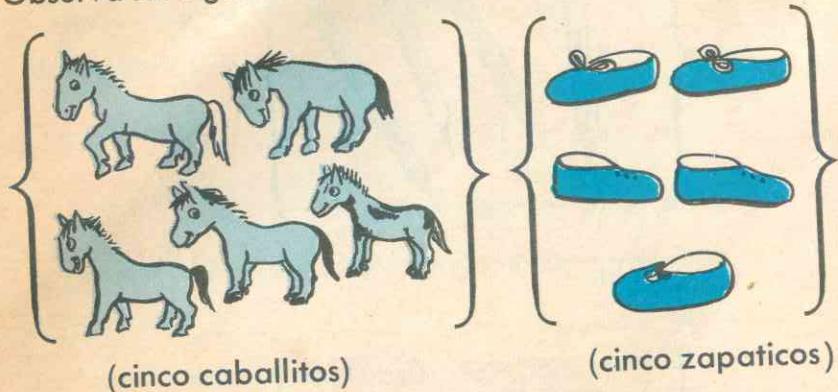


L

UNIDAD 2

CIFRAS Y NUMEROS

Observa los siguientes conjuntos:

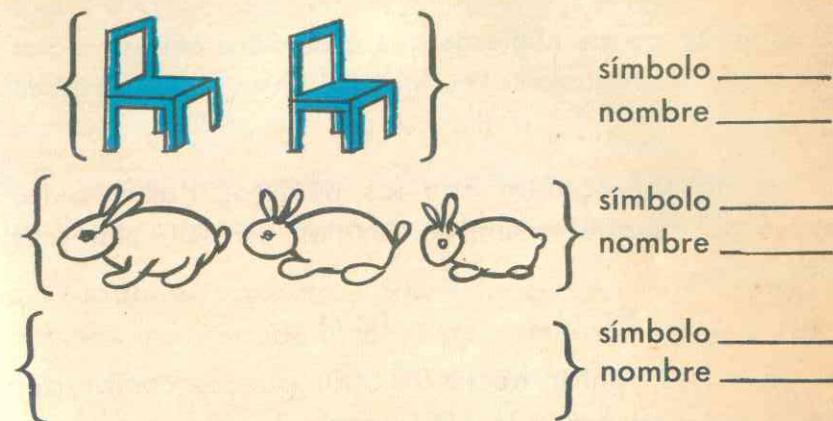


Los conjuntos anteriores poseen una propiedad común, que se llama **número**. Tienen además un símbolo o cifra para representarlos, que en este caso es 5 y le decimos **cinco**. Este es su nombre.

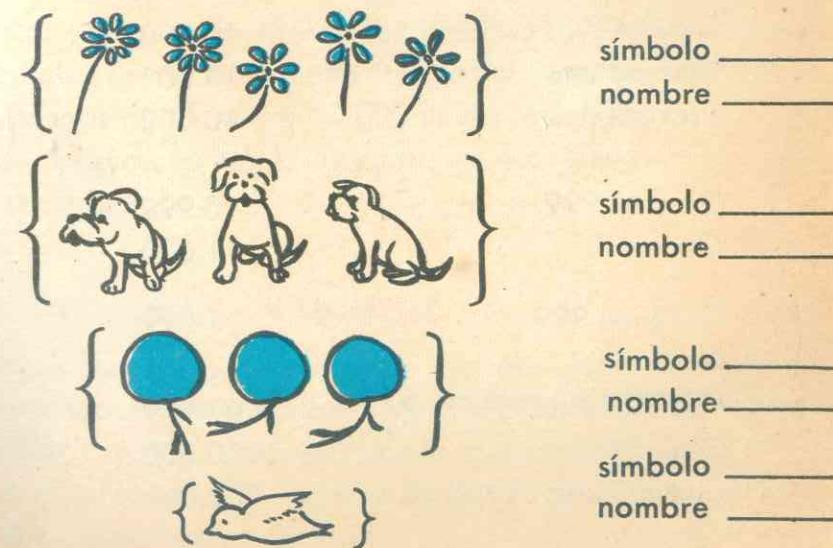
5 cinco

EJERCICIOS

104. Escribe el símbolo y el nombre de los siguientes conjuntos:



105. Llena los siguientes espacios en tu cuaderno de trabajo:



AMPLIACION DE LA NUMERACION

Ya has aprendido a contar hasta 10.000 en los cursos anteriores. Continuemos la numeración.

El conjunto de los números que usas para contar, o sea los **Números Naturales**, es **infinito**. Nunca acabarás de contar.

Lo mismo te sucederá con los números **Pares**, o los **Impares**, aunque estén contenidos en los Números Naturales.

PCN ICN

Si ya sabes contar hasta 10.000, puedes contar por decenas de mil, hasta 100.000, cien mil.

Ahora te basta seguir agregando los números que ya conoces, hasta 999.999.

DIEZ MIL	10.000
Diez mil uno	10.001
Diez mil dos	10.002
.
Diez mil 999	10.999
Once mil	11.000
.
Once mil 999	11.999
.
Noventa y nueve mil, 999	99.999
Cien mil	100.000
Cien mil uno	100.001
.

999 mil	999.000
999 mil uno	999.001
999 mil 999	999.999
UN MILLON	1.000.000

Después de los MILLONES, siguen las unidades de millón, decenas de millón, centenas de millón.

En la tabla que veremos a continuación nos daremos cuenta de nuestro sistema decimal de numeración

En él todo se basa en agrupaciones de a 10. Existen otros sistemas, donde la base de numeración puede ser otro número, v. gr. 2, 7, 60, u otro cualquiera.

Cualquier cifra colocada inmediatamente a la izquierda de otra, representa unidades del orden inmediatamente superior.

Así, en el número 49.486 la primera y la tercera cifra son iguales, pero el 4 de la izquierda tiene un valor de 4 decenas de mil o sea 40.000 unidades, mientras que el 4 de la derecha tiene un valor de 4 centenas o sea 400 unidades.

ESCRITURA DE UN NUMERO

Para escribir un número, se escriben sucesivamente de izquierda a derecha las centenas, decenas y unidades de cada clase, empezando por la clase superior; se coloca la cifra cero en los lugares en donde no aparece ningún otro número para escribir.

Así, el número trescientos cinco millones doscientos siete mil ocho unidades, se escribirá:

305.207.008

LECTURA DE UN NUMERO

Para leer un número, se lo divide en períodos de tres cifras empezando por la derecha. El último puede quedar de dos o de una cifra. Luego se enuncia cada sección, dándole el nombre que convenga: millones, miles, unides simples.

Así el número: 14.025.018 se leerá:
14 millones 25 mil 18 unidades.

MILLONES							UNIDADES			SIMPLES		
MILES							MILES					
Unidad de billón	Centena de mil de millón	Decena de mil de millón	Unidad de mil de millón	Centena de millón	Decena de millón	Unidad de millón	Centena de mil	Decena de mil	Unidad de mil	Centena	Decena	Unidad
6	2	0	0	7	6	4	3	1	7	0	1	8

Se leerá: 6 billones 200 mil 764 millones 317 mil 18 unidades.

Cuando no existen unidades, estas se remplazan por ceros. Ejemplo:

410 - Cero unidades, una decena, cuatro centenas.

120 - Cero unidades, dos decenas, una centena.

EJERCICIOS

106. Completar en tu cuaderno de trabajo:

150 - _____

205 - _____

318 - _____

107. Vamos a descomponer los números siguientes:

138 _____

2.138 _____

102 _____

4.230 _____

RESUMEN

1. Los conjuntos poseen una propiedad que es el **número**, un **símbolo** y un **nombre**.
2. En una cantidad de dos cifras la primera cifra de la izquierda representa las **decenas** y la de la derecha las **unidades**.
3. En una cantidad de 3 cifras la primera cifra nos indica las **centenas**, la siguiente las **decenas** y finalmente las **unidades**.
4. Una centena tiene 100 **unidades**, y una **decena** 10 **unidades**.

EVALUACION

108. Escribe con cifras los números siguientes:

ciento nueve unidades

setecientos cinco unidades

mil quinientas diez y ocho unidades

mil setenta y cinco unidades

cuatrocientas ocho unidades

setecientos diez unidades

109. Escribe

15 decenas, en unidades.

Mil setecientos unidades, en decenas.

¿Cuántos millares hay de 10 mil a 20 mil?

¿Cuántas centenas hay de quinientos a dos mil?

110. En el número 17.000 ¿cuántas unidades, decenas, centenas y millares hay?

111. Descomponga los números siguientes, en unidades, decenas, centenas, miles, etc.: 15, 175, 239, 3.528, 1.005, 20.001, 20.015, 193.589.

112. Escribe con cifras los números:

ciento cinco; mil ocho; mil ciento uno;

dos mil cuatro; cinco mil diez y ocho;

veinte mil quince; treinta mil doscientos;

cuarenta mil tres; ciento ocho mil ocho.

113. Escribe el conjunto de los diez primeros números, y hazlo corresponder uno a uno con el conjunto que usas para indicar orden. Así, al **uno** corresponde el **primero**.

114. En la misma forma haz corresponder a los 10 primeros números, sus correspondientes símbolos en romanos (idea algún dibujo).



UNIDAD 3

COMO REUNIR CONJUNTOS.

Observemos los siguientes conjuntos:

$$A = \left\{ \begin{array}{l} \text{los alumnos que asistieron a tu clausura} \\ \text{de estudios el año pasado.} \end{array} \right\}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tus amigos que asistieron a tu clausura de} \\ \text{estudios el año pasado.} \end{array} \right\}$$

$$C = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tus hermanos que asistieron a tu clausura} \\ \text{de estudios el año pasado.} \end{array} \right\}$$

Estos conjuntos podemos reunirlos en uno solo:

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Las personas que asistieron a tu clausura} \\ \text{de estudios el año pasado.} \end{array} \right\}$$

Llamamos **adición** a la operación de reunir dos conjuntos en un solo. (1)

Si reunimos A con B y con C obtenemos otro conjunto: el D. Al conjunto D se le llama **suma** de los conjuntos A, B, y C porque D es la unión de A con B y con C.

Lo representamos simbólicamente así:

$$A \cup B \cup C = A + B + C = D$$

(1) Siempre que hablemos de adición, nos referimos a conjuntos que no tienen elementos en común (disjuntos).

Reunamos los siguientes conjuntos:

$$1. A = \left\{ \begin{array}{l} \text{los bombones que compré} \end{array} \right\}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{l} \text{los bombones que me regalaron.} \end{array} \right\}$$

$$\text{Total: } \left\{ \begin{array}{l} \text{los bombones que tengo.} \end{array} \right\}$$

$$2. A = \left\{ \begin{array}{l} \text{los carritos de Miguel} \end{array} \right\}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{l} \text{los carritos de Juan.} \end{array} \right\}$$

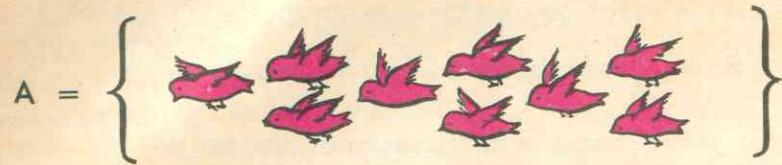
$$\text{Tendremos: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Los carritos de Miguel y Juan.} \end{array} \right\}$$

$$3. A = \left\{ \begin{array}{l} \text{fish 1} \quad \text{fish 2} \quad \text{fish 3} \end{array} \right\}$$

$$B = \left\{ \begin{array}{l} \text{fish 4} \quad \text{fish 5} \quad \text{fish 6} \quad \text{fish 7} \quad \text{fish 8} \end{array} \right\}$$

$$\text{Tendremos: } \left\{ \begin{array}{l} \text{fish 1} \quad \text{fish 2} \quad \text{fish 3} \quad \text{fish 4} \\ \text{fish 5} \quad \text{fish 6} \quad \text{fish 7} \quad \text{fish 8} \end{array} \right\}$$

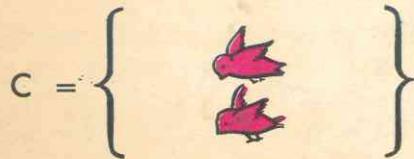
Si tenemos los conjuntos:



que tienen la cualidad de tener 9 elementos;
el número de A = 9



que tiene 5 elementos;
el número de B = 5



tiene 2 elementos. El número de C = 2. Simbólicamente la unión de A con B y con C, lo hacemos así:

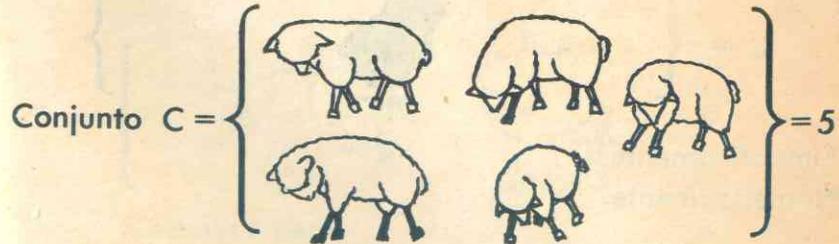
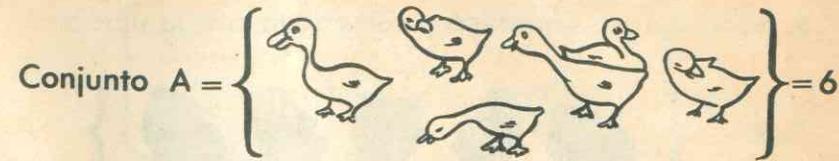
$$A \cup B \cup C \rightarrow A + B + C$$

lo podremos representar también en función del número de sus elementos:

$$9 + 5 + 2$$

Cuando lo hacemos en esta forma, decimos que representamos numéricamente la unión de A con B y con C.

EJEMPLOS:



Simbólicamente: $A + B + C$

Numéricamente: $6 + 3 + 5$



D

M



A

D unión M

$$2 + 3 = 5$$

D unión R

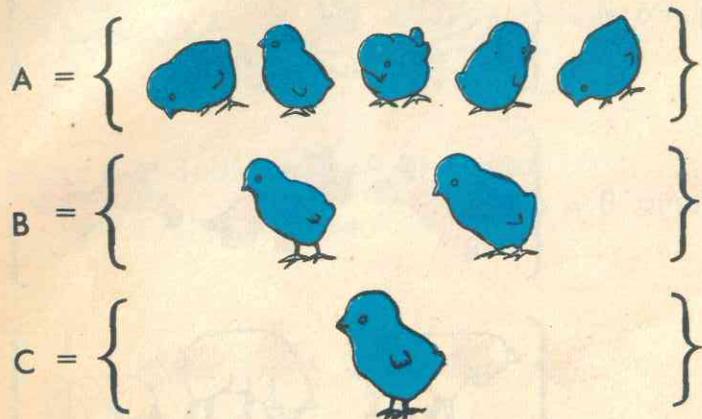
$$2 + 6 = 8$$



C

EJERCICIOS

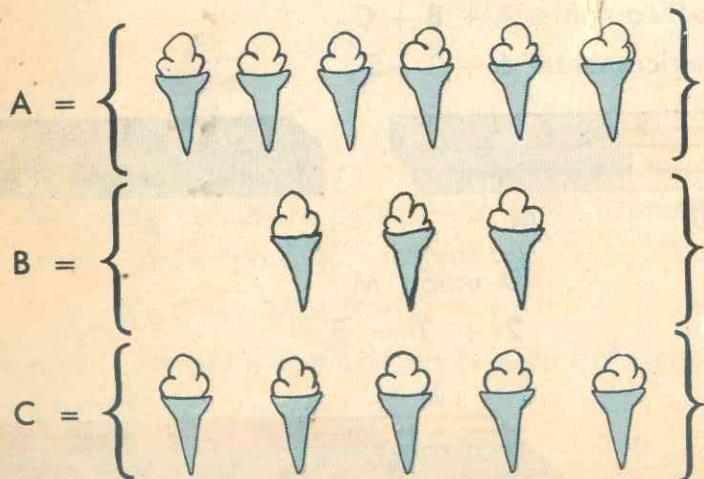
115. Representar: simbólica y numéricamente la unión:



Simbólicamente:

Numéricamente:

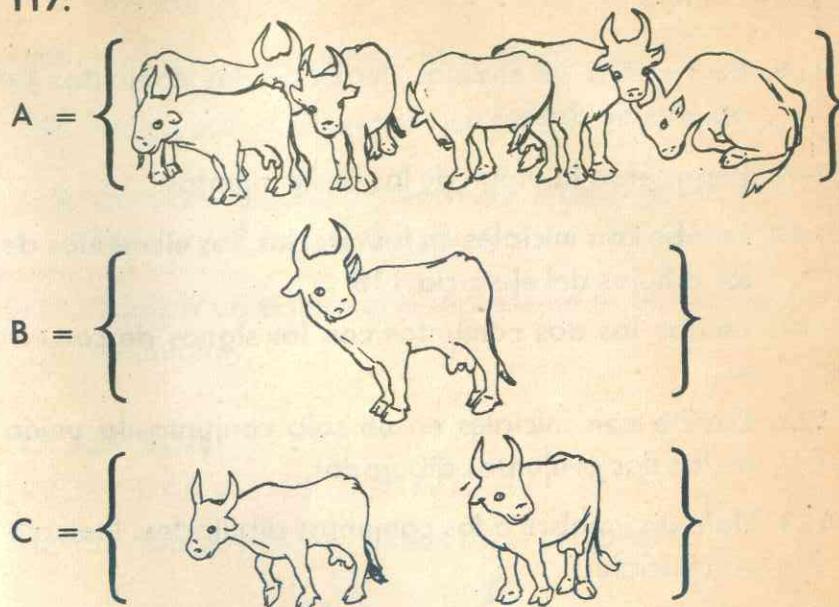
116.



Simbólicamente:

Numéricamente:

117.



Simbólicamente:

Numéricamente:

Podemos representar los conjuntos encerrados, así:



$A = \{ \text{asno, buey, caballo} \}$

$B = \{ \text{perro, gato} \}$

$A \cup B = \{ \text{asno, buey, caballo, perro, gato} \}$

EJERCICIOS

118. Representa en círculos cerrados dos conjuntos de objetos de clase.
119. Representa la unión de los dos conjuntos.
120. Escribe con iniciales en los círculos, los elementos de los dibujos del ejercicio 118
121. Escribe los dos conjuntos con los signos de conjuntos.
122. Escribe con iniciales en un solo conjunto, la unión de los dos conjuntos dibujados.
123. Dale un nombre a los conjuntos dibujados. Indícalo con iniciales.
124. ¿Qué número cardinal corresponde a cada conjunto? ¿Cuál es el número de la suma?
125. Si tienes dos conjuntos de números, así:
- $$N \{1, 2, 3, 4, 6\} \quad M \{8, 9, 15\}$$
- ¿cómo indicarías la unión de los dos conjuntos?
126. Escribe estos mismos conjuntos con iniciales.
127. ¿Cuál es el número del conjunto N? ¿Y el de M? ¿El de la suma?
128. ¿Se puede decir que los conjuntos N y M se corresponden uno a uno?
129. ¿Ya notas alguna diferencia cuando se habla de

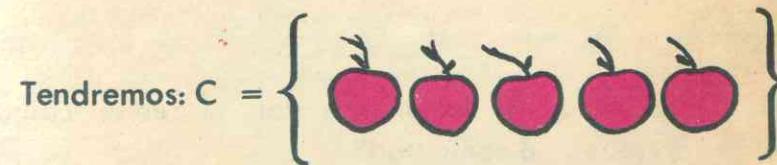
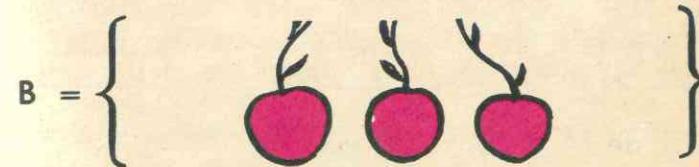
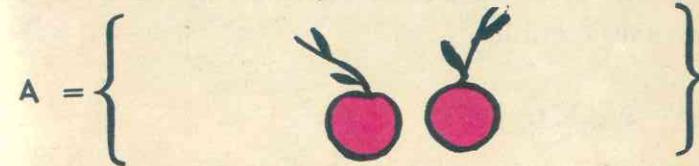
unir conjuntos, o de sumar conjuntos? Exprésala.

130. Indica que el conjunto N es mayor que M.
131. Indica que M es menor que N.
132. Conoces alguna manera de indicar que N no es igual a M? Exprésala.
133. Realiza un diseño que represente estos conjuntos, y su unión.

LA ADICION

PROPIEDAD CONMUTATIVA

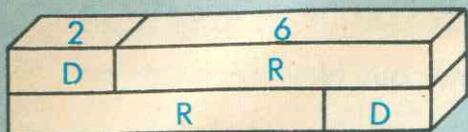
Hemos visto que $(A + B)$ nos da el conjunto C



Simbólicamente: $A + B = C = B + A$

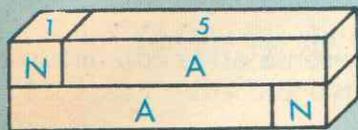
Numéricamente: $3 + 2 = 5 = 2 + 3$

Recordemos ahora que:



$$D + R = R + D$$

$$2 + 6 = 6 + 2$$



$$N + A = A + N$$

$$1 + 5 = 5 + 1$$

Si el conjunto A lo reunimos con el conjunto B, obtendremos un nuevo conjunto, el mismo que resulta al unir el B con el A. Se puede cambiar el orden de los dos y el total no cambia.

PROPIEDAD ASOCIATIVA

Consideremos ahora tres conjuntos:

$$A = \{\circ\circ\}, B = \{\triangle\triangle\} \text{ y } C = \{\square\}$$

La unión de (A + B) nos dará:

$$(A + B) = \{\circ\circ\triangle\triangle\}$$

Si luego (A + B) lo unimos con el tercer conjunto C, tendremos otro conjunto D:

$$D = (A + B) + C$$

$$(A + B) + C = D = \{\circ\circ\triangle\triangle\square\}$$

Pero si hubiéramos unido primero el conjunto C con B. Y luego (C + B) con A; (C + B) + A, nos daría el mismo resultado. El conjunto D.

veamos:

$$(C + B) = \{\square\triangle\triangle\}$$

$$(C + B) + A = \{\square\triangle\triangle\circ\circ\}$$

$$(C + B) + A = D = \{\square\triangle\triangle\circ\circ\}$$

Esta propiedad que tiene la adición de conjuntos se llama **asociativa**. La propiedad asociativa dice que si en una unión de conjuntos, se sustituye parte de ellos por su suma.

El conjunto suma total no cambia.

PROPIEDAD MODULATIVA

Un conjunto que no tenga elementos se dice que es un **conjunto vacío**. El conjunto vacío tiene **cero** elementos y se simboliza \emptyset . Cero es el número del conjunto vacío.

La unión de un conjunto vacío con otro conjunto cualquiera es siempre igual a este conjunto:

$$\text{Si } B = \{\square\nabla\}$$

$$B + \emptyset = \{\square\nabla\} = B = \{\square\nabla\}$$

Se dice que \emptyset es un conjunto neutro para la unión de conjuntos.

Para sumar números en columna debemos tener en cuenta que las cifras que representan las unidades vayan debajo de las unidades, las centenas vayan debajo de las centenas y las decenas debajo de las decenas. Realicemos las sumas siguientes:

$$136 + 45 + 8$$

$$\begin{array}{r} 136 \\ 45 \\ 8 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$9.630 + 348 + 136 =$$

$$\begin{array}{r} 9.630 \\ 348 \\ 136 \\ \hline 10.204 \end{array}$$

EJERCICIOS

Suma en columna las siguientes cantidades:

134. $15 + 20 + 16 + 15$

135. $19 + 130 + 5$

136. $15 + 74 + 7 + 18 + 46$

137. $195 + 130 + 145$

138. $917 + 16 + 18 + 5 + 19 + 236$

139. $41 + 368 + 9.439 + 7.204$

140. $195 + 130 + 145$

141. $917 + 16 + 18 + 5 + 19 + 236$

142. $41 + 368 + 9.439 + 7.024$

143. $1.905 + 130 + 48$

144. $670 + 432 + 673 + 103$

145. $2.135 + 3.930 + 196 + 936$

146. $1.290 + 3.945 + 195 + 9.320$

147. $9.645 + 385 + 97 + 3.940$

148. $424 + 368 + 525 + 670 +$

149. $795 + 418 + 7.945 + 638 + 910$

150. $925 + 631 + 643 + 968 + 676$

151. $9.468 + 965 + 628 + 362 + 165$

152. $261 + 6.432 + 732 + 131 + 212$

a) $7.643 + 7 + 632 + 436 + 1.008$

b) $915 + 918 + 768 + 1.395 + 125$

c) $1.945 + 1.636 + 18 + 639 + 184$

PROBLEMAS

153. Antonio tiene 10 años; ¿qué edad tendrá dentro de 11 años?

154. Para subir al cuarto piso de un edificio hay tres escaleras que tienen respectivamente 35, 40 y 56 escalas. ¿Cuántas escalas hay que subir?

155. La América fue descubierta en 1492 y Colombia se independizó 327 años más tarde; ¿en qué año se independizó Colombia?

156. ¿Cuánto dinero tenía, sabiendo que después de gastar 35 centavos, me quedan aún 15 cvs.?

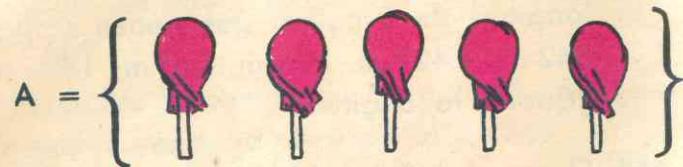
157. La gran fecha de la revolución en Colombia fue el año de 1810; 20 años más tarde murió el Padre de la Patria; ¿en qué año sucedió su muerte?
158. ¿Cuál es la longitud de una pieza de tela, sabiendo que después de haber vendido 45 metros quedan todavía 27?
159. Un comerciante ha comprado ropa por \$ 464. ¿En cuánto debe revenderla para ganar \$ 124?
160. ¿Cuál es el número de árboles de una arboleda que cuenta 395 manzanos, 247 mangos y 197 naranjos?
161. En la 1ª. clase de una escuela hay 35 alumnos; en la 2ª., 42 y en la 3ª., 45. ¿Cuántos alumnos concurren a esta escuela?
162. Tres piezas de tela miden, la 1ª. 105 mts.; la 2ª. 95 mts. y la 3ª. 104 mts. ¿Cuántos metros miden las tres en total?
163. Un regimiento de caballería tiene 324 caballos en el 1º. escuadrón; 290 en el 2º. y 350 en el 3º. ¿De cuántos caballos consta dicho regimiento?
164. ¿Qué suma necesita Fulgencio para pagar tres facturas; la 1ª. de \$ 450, la 2ª. de \$ 780 y la 3ª. \$ 856.
165. De un bosque se han cortado 544 pinos, 415 eucaliptos, 324 robles y 424 laureles. ¿Cuántos fueron los árboles cortados?

166. En una feria se han vendido 1.415 novillos, 148 vacas, 85 caballos, 247 cerdos, y 105 mulas. ¿Cuántos son los animales vendidos?
167. Para extender una tubería se necesita saber la longitud de 6 calles, que tienen respectivamente 342 m, 1.425 m, 718 m, 846 m, 1895 m, y 906 m. ¿Cuál es la longitud?
168. El español Sebastián de Belalcázar conquistó el reino de Quito en 1534, y 228 años después el general Antonio J. de Sucre selló la independencia de la patria en las faldas del Pichincha; ¿en qué año se verificó este memorable suceso?
169. En la primera clase de un colegio hay 28 alumnos; en la 2ª. hay 16 alumnos más; en la 3ª. 6 más que en la 2ª. y en la 4ª. 10 más que en la 3ª. ¿Cuántos hay en todos estos cursos?
170. Un tren recorre 47 km. en la primera hora; 54 en la 2ª. y 57 en la 3ª. Dígase su recorrido en las tres horas.
171. Un avión recorre 260 km. en la primera hora, 255 en la 2ª. y 272 en la tercera. ¿Cuánto ha recorrido en total?
172. Un carpintero tiene 4 trabajadores a los cuales paga por orden \$ 27, \$ 25, \$ 22 y \$ 19 por día. ¿Cuál es el gasto diario por concepto de estos obreros?

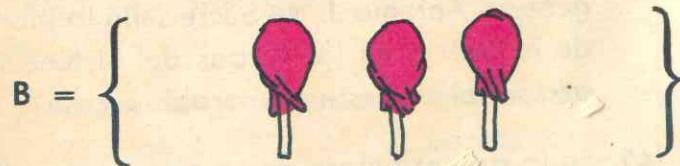
SUSTRACCION

En los siguientes conjuntos:

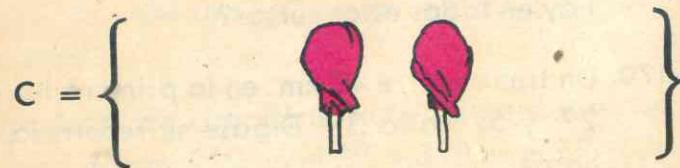
Bombones que compré:



Bombones que regalé:



Bombones que me sobraron:



Los bombones que regalé los separamos.

Si al conjunto A le quitamos el conjunto B, obtendremos un nuevo conjunto C.

$$A - B = C$$

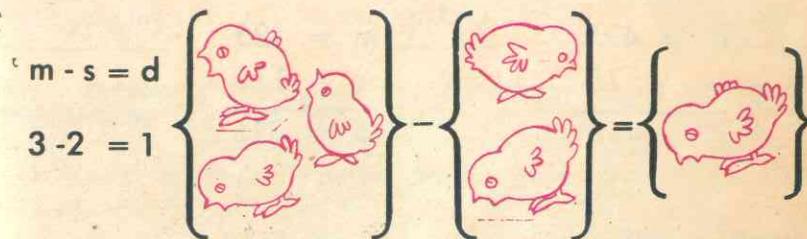
Suponte ahora que eran 10 bombones y diste 5

$$10 - 5 = 5$$

De un conjunto podremos quitar otro conjunto: el primero se llama **minuendo** y el segundo **sustraendo**; el resultado de esta operación se llama **diferencia**.

Si llamamos al conjunto que tiene mayor número de elementos **m**, **minuendo**, al otro **s**, **sustraendo** y a la **diferencia d**, tendremos que:

$$\text{minuendo} - \text{sustraendo} = \text{diferencia.}$$



EJERCICIOS

173. Completa:

a) $\left\{ \begin{array}{c} \text{Pato} \\ \text{Pato} \\ \text{Pato} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Pato} \end{array} \right\} =$

b) $100 - 30 =$

c) $\square - 70 = 31$

d) $130 - \square = 37$

e) $325 - 18 =$

f) $65 - \square = 34$

Recordemos:

Para hallar la diferencia entre dos números se debe guardar el orden del lugar que ocupa cada cifra.

Puedes realizar las siguientes operaciones verticalmente, teniendo en cuenta el lugar que ocupan las centenas, las decenas y las unidades. Ejemplo:

$$\begin{array}{r} m = 425 \\ s = 15 \\ \hline d = 410 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} m = 425 \\ s = 110 \\ \hline d = 315 \end{array}$$

EJERCICIOS

$$\begin{array}{r} 174. \quad 312 \\ - \quad 18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 175. \quad 418 \\ - \quad 13 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 176. \quad 535 \\ - 138 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 177. \quad 419 \\ - 225 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 177. \quad 512 \\ - 121 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 178. \quad 696 \\ - \quad 25 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 179. \quad 602 \\ - 124 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 180. \quad 918 \\ - 719 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181. \quad 650 \\ - 600 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 182. \quad 425 \\ - 121 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 183. \quad 136 \\ - \quad 16 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 184. \quad 318 \\ - 130 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 185. \quad 297 \\ - \quad 17 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 186. \quad 318 \\ - 136 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 187. \quad 1930 \\ - \quad 126 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 188. \quad 2438 \\ - 1242 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 190. \quad 297 \\ - \quad 35 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 191. \quad 2486 \\ - 2116 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 192. \quad 4.816 \\ - 3.647 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 193. \quad 3.045 \\ - 4.829 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 194. \quad 6.718 \\ - \quad 2.342 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 195. \quad 6.092 \\ - \quad 3.646 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196. \quad 8.032 \\ - \quad 5.253 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197. \quad 19.647 \\ - \quad 8.752 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 198. \quad 21.642 \\ - \quad 9.763 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199. \quad 47.802 \\ - 27.903 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200. \quad 67.891 \\ - 61.680 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 201. \quad 56.796 \\ - 35.604 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 202. \quad 48.986 \\ - 37.673 \\ \hline \end{array}$$

RESUMEN:

1. La operación de reunir dos o más conjuntos es la **adición**.
2. La adición de los números a , b y c se representa simbólicamente: $a + b + c$; numéricamente: $(2 + 5 + 7)$
3. Podemos reunir dos conjuntos A y B así: $A + B$ o $B + A$; obtenemos el mismo resultado; es debido a **la propiedad conmutativa**.
4. Con **la propiedad asociativa**, se sustituye parte de los sumandos por su suma.
5. Existe un número que corresponde a un conjunto sin elementos y lo notamos 0 . **Es neutro para la adición**.
6. Para sumar o restar, las cifras que representan las unidades irán debajo de las unidades, las centenas debajo de las centenas y las decenas debajo de las decenas.

7. A un conjunto podemos quitar otro conjunto. Al primero se llama **minuendo** y al segundo **sustraendo**, el resultado de esta operación se llama **diferencia**.

EVALUACION

203. Indique cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos y cuáles falsos.

La operación de reunir dos o más conjuntos equivale a la adición.

V ___ F ___

$$a + b + c = d$$

V ___ F ___

$$a + b = a = b$$

V ___ F ___

$$(a + b) + a, \text{ no es igual } a + (b + a)$$

V ___ F ___

$$m - s = \text{suma}$$

V ___ F ___

$$m + d = s$$

V ___ F ___

$$d + m = s$$

V ___ F ___

$$m - d = s$$

V ___ F ___

La propiedad conmutativa consiste en cambiar los sumandos.

V ___ F ___

La propiedad conmutativa permite cambiar el orden de los sumandos.

V ___ F ___

PROBLEMAS

204. De Bogotá a Medellín hay 276 km. de carretera, pasando por Manizales. De Manizales a Medellín, hay 124. ¿Cuánto hay de Bogotá a Manizales?
205. Si tengo una deuda de \$ 500, pago hoy \$ 150, y mañana \$ 230, ¿cuánto quedaré debiendo?
206. Una persona gasta 15 días para un viaje, y lo termina el 28 del mes, ¿qué día empezó?
207. Dos obreros han hecho 146 metros el uno, y 47 el otro. ¿Cuántos metros ha hecho el primero más que el segundo?
208. Un alumno debe aprender 345 renglones de una lección; sólo sabe 257. ¿Cuántos le faltan por aprender?
209. Carlos tenía 95 centavos al principio de la semana: ¿Cuánto le queda al cabo de 5 días, si cada día gasta 15 cvs.?
210. Una casa y su jardín se compraron en 18.450 pesos. Si el jardín solo vale \$ 2.575, ¿cuál es el precio de la casa?
211. En un año un obrero ha ganado \$ 10.800, y ha gastado \$ 7.200 ¿cuánto ha podido ahorrar?

212. Una casa comprada en \$ 46.800 se vendió con una pérdida de \$ 6.930. Calcúlese el precio de venta.
213. De una pieza de tela de 125 metros se han vendido 75 mts. ¿Cuántos quedan todavía?
214. Ambrosio tenía \$ 15 cuando su madre le dio \$ 12. Entonces compró una pistola de juguete por \$ 18. ¿Cuánto le quedó?
215. Un barril contenía 220 litros de licor, y se han sacado primero 105, después 70 y luego 18. ¿Cuántos litros quedan aún?
216. Una persona piadosa tiene un capital de \$ 158.600. Deja \$ 87.000 a sus parientes, \$ 35.000 a una obra de beneficencia, \$ 8.000 para sufragios, \$ 9.000 para pagar impuestos y lo demás para los pobres. ¿Cuánto quedó para estos últimos?
217. Un tendero tenía 840 kilogramos de azúcar cuando recibió otros 100. Si vende en un día 316 kgrs. ¿cuánto le queda aún?
218. Una familia recibe \$ 285 por el trabajo de una semana, y gasta \$ 32 en pan, \$ 65 en carne y \$ 90 en otros comestibles, ¿cuánto le queda?
219. Un negociante compró una finca en \$ 153.800 y algunos animales en \$ 26.750. ¿Cuál sería su ganancia si vendiera todo en \$ 200.000?

UNIDAD 4

EL PUNTO, LA LINEA Y LA RECTA

EL PUNTO

Si dejas caer un lápiz con una punta bien afilada, observarás una marca; ésta nos da la idea de lo que es un **punto geométrico**. Pero si ahora tomaras una lupa de gran aumento verías que el punto dejado por el lápiz está formado de varios puntos pequeños. En realidad el verdadero punto geométrico no tiene ni largo ni alto ni ancho.

LA LINEA

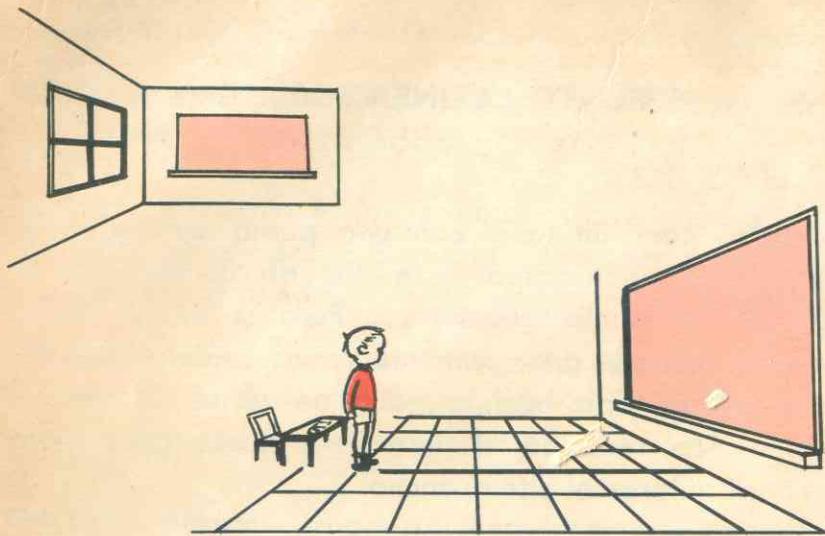
Si ahora deslizamos suavemente el lápiz por la hoja del papel tendremos la idea de lo que es una **línea geométrica**. La línea no tiene ni ancho ni alto. La línea es un conjunto de puntos.

LA RECTA

Cuando trazamos una **línea** con una regla, con la dirección de su borde, tenemos la idea de recta. La recta va más allá de los extremos, se prolonga indefinidamente por ambos lados.

La recta también es un conjunto de puntos.

Podrás tener idea de lo que es una recta en diferentes objetos: en la intersección de dos paredes en un cuarto



podemos ver una recta; cuando caminas directamente desde tu pupitre al tablero has descrito una **recta**. La recta es la menor distancia entre dos puntos.

EJERCICIOS

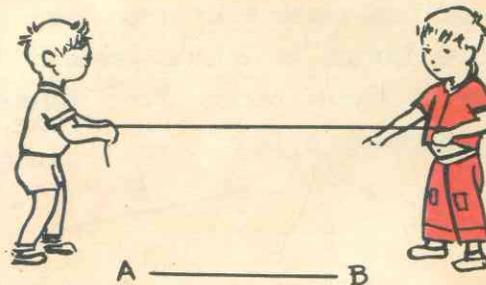
220. Da tres ejemplos de rectas en los objetos que observas a tu alrededor. (Acuérdate de hacerlo en tu cuaderno de trabajo).

RECTA GEOMETRICA

La **recta geométrica** se extiende sin fin en ambas direcciones.

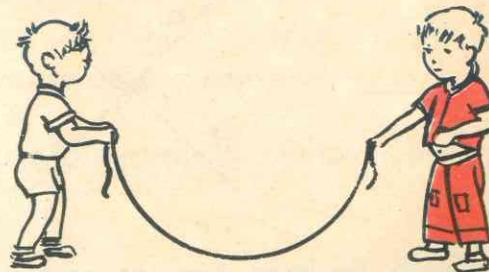
Puedes tomar ahora con tu compañero un pedazo de hilo tenso, esto nos da también la idea de **recta geométrica** pero no es la recta, ni parte de ella. La

recta como tal va más allá de ti mismo y de tu compañero.



Como ves podemos considerar que por dos puntos indicados A y B, tú y tu compañero, **pasa una recta**. Por dos puntos diferentes pasa exactamente una recta.

Un hilo flojo nos representa una línea curva.



EJERCICIOS

221. Considera una recta que atraviesa tu pupitre de atrás hacia adelante o viceversa. ¿Además del pupitre, que otras cosas atravesará?

222. ¿Puedes indicar por cuáles puntos podría pasar? Haz un dibujo que ilustre la respuesta.

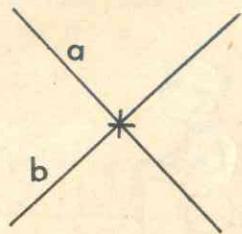
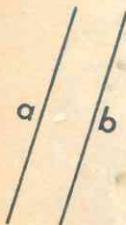
RELACION ENTRE RECTAS

Toma una hoja de papel y dóblala. La huella dejada por el doblez representa una **línea recta**. Todas las veces que hagas lo mismo tendrás la representación de otras líneas rectas. Para diferenciarlas las nombramos con letras a, b, c.



Ahora vamos a considerar un punto, el punto x; ¿cuántas rectas podrías trazar por dicho punto? Dibuja algunas de ellas. Al conjunto de todas las rectas que pasan por ese punto se llama **haz de rectas**.

Observemos los siguientes casos.

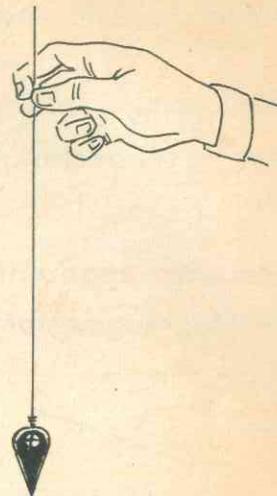


En el primer caso decimos que las rectas son **paralelas** y se representa $a \parallel b$ (a paralela b). No se tocan en ninguno de sus puntos.

En el segundo caso las rectas se cortan en el punto x, se dice que las rectas son **secantes** por el punto x. ("Secar" en este caso significa lo mismo que **cor-**

tar)

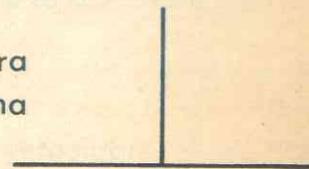
70



Línea Vertical es la recta dada por la dirección de la plomada.

Línea Horizontal es la recta que sigue la dirección del agua en reposo.

Una línea es **Perpendicular** a otra cuando no se inclina ni a la derecha ni a la izquierda de la primera.



Si se inclina a la derecha o a la izquierda se llama **Oblicua**.

SEGMENTO - SEMIRRECTA

Hemos dicho que la recta, a, o la recta b, se cortan en el punto x. En este caso la recta queda dividida en dos partes por el punto de corte x. A cada una de estas partes se llama **semirrecta** y x será el origen y límite de las dos semirrectas opuestas.

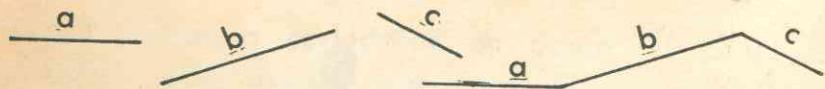
71

La porción de una recta que tiene dos extremos es un **segmento**.

Con dos rectas c y d que se cortan en el punto o , ¿cuántas semirrectas obtienes? Limita los segmentos.

Relación entre segmentos

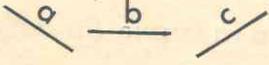
Unamos los segmentos a , b , c , por sus extremos.



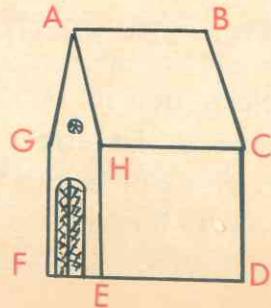
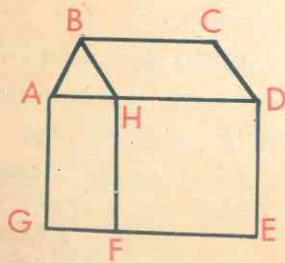
A una línea como ésta le damos el nombre de línea poligonal o quebrada.

Una circunferencia es una línea curva.

EJERCICIOS:

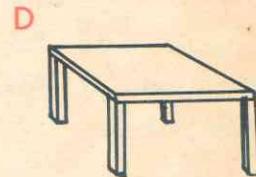
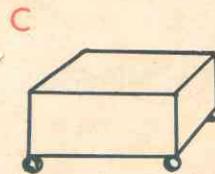
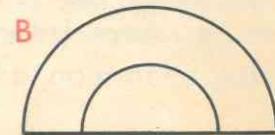
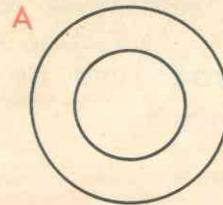
223. Con los siguientes segmentos:

 forma una línea poligonal.

224. En las figuras siguientes busca líneas poligonales.



225. Dibuja con la ayuda de una regla 3 líneas poligonales.

226. ¿Cuál de estas figuras está compuesta por líneas poligonales? ¿Cuáles no?



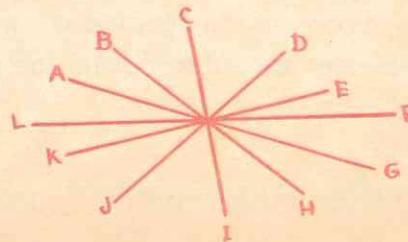
227. Da dos ejemplos de figuras con líneas poligonales.

228. Da tres ejemplos de línea recta.

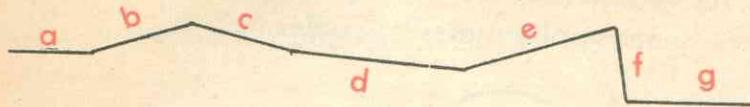
229. Representa gráficamente una recta geométrica.

230. Haz pasar por los puntos J y K , una recta.

231. En el siguiente haz de rectas indica los diferentes segmentos con colores distintos.



232 ¿Di por qué rectas está formada la siguiente línea poligonal? Dale nombre

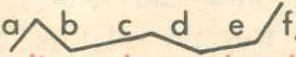


233. Dibuja separadamente cada una de las líneas que forman la línea poligonal.

RESUMEN:

1. Una recta está formada por un conjunto de puntos que se extienden indefinidamente en dos direcciones.
2. Por dos puntos diferentes en el espacio pasa exactamente una recta.
3. Dos rectas pueden ser **paralelas** // cuando no se tocan en ninguno de sus puntos.
4. Dos rectas son **secantes** cuando se cortan en un punto.
5. Una recta es **perpendicular** a otra cuando no inclina ni a la derecha ni a la izquierda. Si se inclina, se llama **oblicua**.
6. Línea horizontal es la que sigue la dirección del agua en reposo.

7. Cuando dos rectas se cortan en un punto obtenemos cuatro partes. Cada una de estas partes se llama **semirrecta**.

8. A los segmentos unidos por sus extremos como estos , le damos el nombre de **línea poligonal o quebrada**.

EVALUACION (Para hacer en el cuaderno de trabajo).

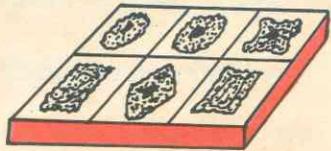
234. Completa las frases siguientes:

1. La línea recta está formada por _____ de puntos.
2. Por un punto pasa _____
3. Por dos puntos pasa _____
4. Cuando dos rectas no se tocan, se llaman _____
5. Las rectas que al cortarse se inclinan, son _____
6. Un haz de rectas es un _____ de rectas.
7. Cuando dos rectas se cortan en un punto, resultan _____ semirrectas.
8. Rectas secantes son las que _____
9. Varias rectas unidas forman una _____
10. Una plomada indica una línea _____

UNIDAD 5

MULTIPLICACION

Si ordenamos dulces en una caja con **dos** compartimientos por un lado y tres por el otro, tendremos:



Para saber cuántos son por todos, realizamos una suma; si por cada lado hay dos dulces y hay tres columnas de a dos, tenemos la siguiente suma:

$$\underline{2 + 2 + 2 = 6 \quad (\text{seis dulces})}$$

Podemos utilizar una caja más larga, con 10 espacios como la siguiente:



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20 \text{ dulces.}$$

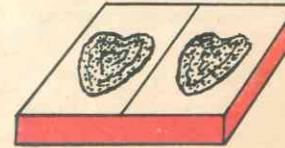
Podemos escribir

$$3 \times 2 = 6$$

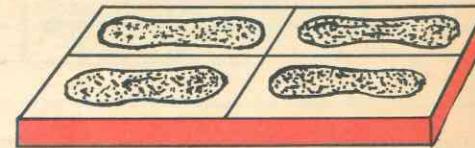
$$10 \times 2 = 20$$

Con cajas y con nuestro material de regletas representemos:

$$2 \times 1 = 2$$



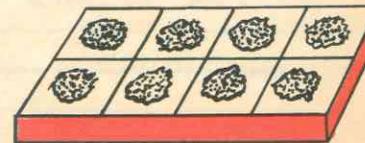
$$2 \times 2 = 4$$



$$2 \times 3 = 6$$

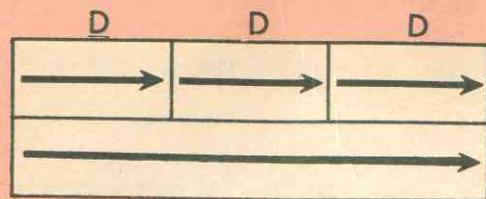


$$2 \times 4 = 8$$



$$2 \times 5 = 10$$

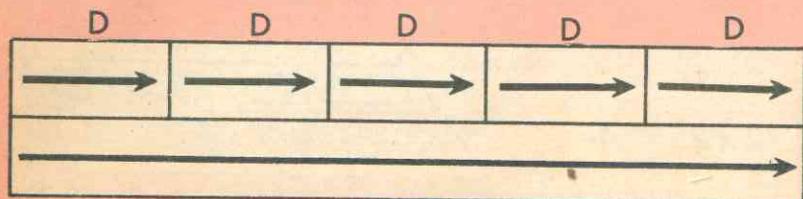




$$D + D + D = R$$

$$2 + 2 + 2 = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

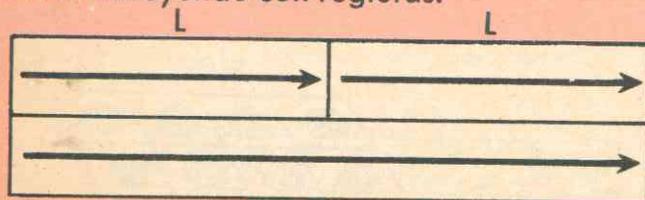


$$D + D + D + D + D = P$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$$

$$5 \times 2 = 10$$

Sigamos construyendo con regletas.



$$L + L = C$$

$$4 + 4 = 8$$

$$4 \times 2 = 8$$

Ten presente entonces que un producto puede siempre expresarse como una suma de números iguales.

Cuando un número consta de dos cifras podemos realizar la multiplicación simplificada: Multiplicamos el factor dos por cada una de las cifras del factor 15; $2 \times 5 = 10$; escribimos 0 y llevamos, 1, el cual se lo sumaremos al siguiente producto: $(2 \times 1) + 1 = 3$

Ejemplos:

15	13	19	33
$\underline{\times 2}$	$\underline{\times 2}$	$\underline{\times 2}$	$\underline{\times 2}$
30	26	38	66

Realizar:

15×3	12×3	45×4
14×2	11×4	64×6
19×2	13×2	59×5

A cada una de estas cantidades le llamamos **factores**.

Al 1o. de los factores le llamamos **multiplicando**, al otro **multiplicador** y al resultado **producto**.

Vamos a multiplicar un número de varias cifras por un número de una sola cifra.

Ejemplo. Tres personas reciben cada una \$ 275 ¿Cuánto se les dio a las tres personas en total?

Haciendo la suma de los tres números, se ve que el resultado consta de 3 veces la cifra de las unidades, más 3 veces la cifra de las decenas, más 3 veces la cifra de las

centenas; esto es, 3 veces cada cifra, empezando por la derecha.

Hacemos el producto así:
5 unidades, por 3 son 15; escribo 5 y llevo una decena; 7 decenas por 3 son 21, y 1 que llevo, son 22; escribo 2 decenas y llevo 2 centenas; 2 centenas por 3 son 6, y 2 que llevo, son 8; escribo 8 centenas.

Ha entregado \$ 825.

La operación queda así:

factores: 2 7 5 multiplicando
 x 3 multiplicador
 8 2 5 producto.

REGLA

Para multiplicar un número cualquiera por un número de una cifra, se escribe el multiplicador debajo del multiplicando. Se traza una línea debajo.

Luego, empezando por la derecha, se multiplica sucesivamente cada cifra del multiplicando por el multiplicador. Si el producto no pasa de 9, se lo escribe; si es mayor se escriben solamente las unidades de cada producto parcial, y se llevan las decenas para sumarlas con el producto siguiente.

Se continúa la operación hasta el último producto, que se escribe íntegro.

EJERCICIOS

- | | | | | | | | | | |
|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|
| 235. | $\begin{array}{r} 243 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$ | 236. | $\begin{array}{r} 714 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$ | 237. | $\begin{array}{r} 458 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$ | 238. | $\begin{array}{r} 974 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ | 239. | $\begin{array}{r} 789 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$ |
| 240. | $\begin{array}{r} 564 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$ | 241. | $\begin{array}{r} 452 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ | 242. | $\begin{array}{r} 879 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$ | 243. | $\begin{array}{r} 847 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ | 244. | $\begin{array}{r} 427 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$ |
| 245. | $\begin{array}{r} 673 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ | 246. | $\begin{array}{r} 784 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$ | 247. | $\begin{array}{r} 876 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$ | 248. | $\begin{array}{r} 968 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$ | 249. | $\begin{array}{r} 696 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$ |

PRODUCTO NULO Y PRODUCTO NEUTRO

Cuando multiplicamos por 0 nos da un producto nulo.

$$5 \times 0 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

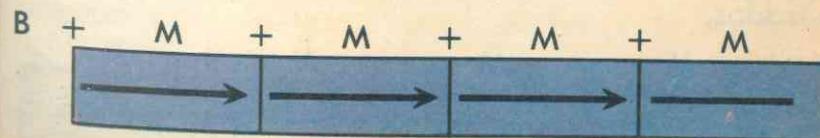
$$3 \times 0 = 0 + 0 + 0 + = 0$$

Cuando multiplicamos cualquier número por 1 nos da el mismo número; a 1 lo consideramos como un **elemento neutro** para la multiplicación.

$$5 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$$

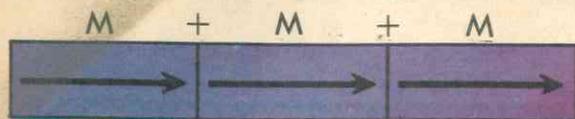
$$4 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

Construyamos con regletas usando la blanca.



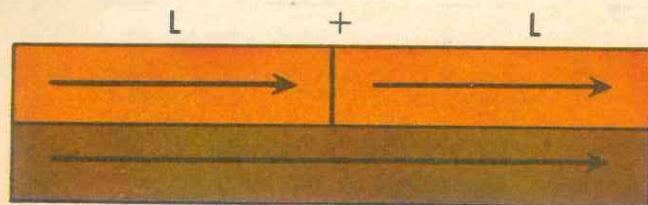
$$4 \times 3 = 0 + 3 + 3 + 3 + 3$$

Vamos a construir con regletas: $3 + 3 + 3$ y su resultado:



Entonces: $3 \times 3 = 3 + 3 + 3 = 9$

Ahora, dos veces cuatro: $4 + 4$: su resultado sería:



Entonces $2 \times 4 = 4 + 4 = 8$

Ejercicio:

Escribir en el cuadro el número que falta:

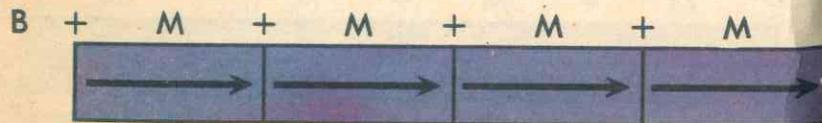
$6 \times \square = 18$

$5 \times \square = 20$

$7 \times \square = 14$

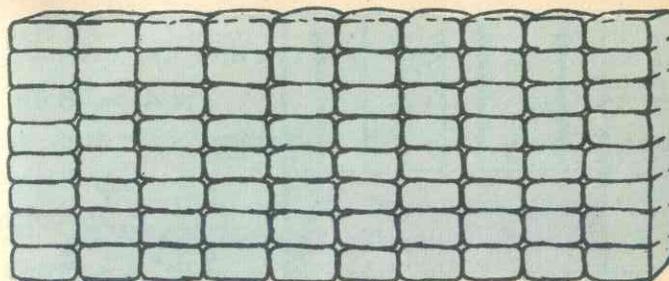
$8 \times 2 = \square$

Ahora construyo 4×3 , usando la regleta blanca y las moradas.



$4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3$

PROPIEDAD CONMUTATIVA DEL PRODUCTO



Contemos los ladrillos representados en el dibujo.

Podemos contarlos de arriba hacia abajo y decir que hay 10 columnas de 8 ladrillos y 8 filas de 10 ladrillos.

5 x 3 = 15

5 x 3 = 15

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 80

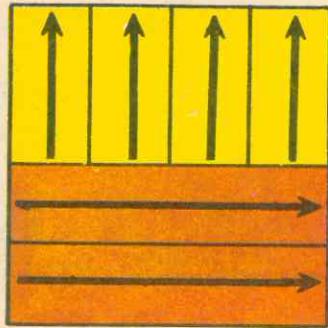
Luego,

$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 80$

Si cambia el orden de los factores el producto no cambia.

Ya vimos que el producto puede expresarse como una suma de sumandos iguales.

Construyendo con regletas:



$$2 \times 4 = 8$$

$$4 \times 2 = 8$$

Como 4 veces dos es igual a 2×4 , la multiplicación de números naturales cumple la **propiedad conmutativa**.

Multipliquemos con varias cifras.

Cuando cada uno de los factores consta de 3 o más cifras, realizamos la multiplicación en la misma forma pero corriendo un lugar hacia la izquierda cada vez que se multiplique el siguiente número del multiplicador. Finalmente, **sumamos todos estos productos**.

Multipliquemos:

2 4 5	
1 3 2	
4 9 0	Producto de la cifra 2 x 245
7 3 5	Producto de la cifra 3 x 245
2 4 5	Producto de la cifra 1 x 245
3 2 3 4 0	Producto total.

De otra manera:

REGLA

Para multiplicar entre sí dos números de varias cifras, se escribe el **multiplicador debajo del multiplicando**, de modo que las unidades de una misma especie se correspondan.

Luego, empezando por la derecha, se multiplica sucesivamente todo el multiplicando por cada cifra del multiplicador, cuidando de escribir la primera cifra de cada producto parcial, debajo de la cifra por la cual se multiplica.

Se suman los productos parciales, y el total es el producto pedido.

EJERCICIOS

Halla los siguientes productos:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 250. 125×16 | 262. 415×83 |
| 251. 760×18 | 263. 938×919 |
| 252. 918×25 | 264. 168×46 |
| 253. 1626×13 | 265. 1936×45 |
| 254. 243×26 | 266. 227×28 |
| 255. 130×45 | 267. 991×16 |
| 256. 166×26 | 268. 368×17 |
| 257. 2636×438 | 269. 432×672 |
| 258. 9452×126 | 270. 389×789 |
| 259. 7268×139 | 271. 7321×913 |
| 260. 7931×136 | 272. 731×2689 |
| 261. 3368×236 | 273. 441×368 |

274. 931×16
 275. 4321×263
 276. 368×102
 277. 3609×1003
 278. 173×267
 279. 345×1003
 280. 7323×134
 281. 3694×136
 282. 7763×137
 283. 6721×368
 284. 4432×139

285. 9364×367
 286. 4050×120
 287. 9036×404
 288. 7443×1035
 289. 9336×137
 290. 9260×13
 291. 7860×680
 292. 7263×222
 293. 2329×6213
 294. 436×632
 295. 3690×226

PROPIEDAD ASOCIATIVA

Observemos y verifiquemos la siguiente multiplicación:

$$3 \times 2 \times 4$$

$$3 \times (2 \times 4) = (3 \times 2) \times 4$$

$$(2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) = (3 \times 2) +$$

equivale a $(3 \times 2) + (3 \times 2) + (3 \times 2),$

$$8 + 8 + 8 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

Luego sus productos son iguales.

Apliquemos esta propiedad al siguiente producto:

$$5 \times (3 \times 2) = (5 \times 3) \times 2 = (5 \times 2) \times 3$$

$$(3 \times 2) + (3 \times 2) + (3 \times 2) + (3 \times 2) + (3 \times 2) =$$

$$(5 \times 3) + (5 \times 3) = (5 \times 2) + (5 \times 2) + (5 \times 2) =$$

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 15 + 15 = 30$$

Cuando se tiene un producto de varios factores se pueden sustituir varios factores por su producto, o sea asociarlos por grupos, para luego obtener el producto total.

EJERCICIOS:

Aplicar la **propiedad asociativa** en los siguientes productos indicando varios modos de agrupación.

296. $2 \times (3 \times 6) =$

303. $7 \times (4 \times 3) =$

297. $3 \times (6 \times 2) =$

304. $4 \times (3 \times 2) =$

298. $2 \times (7 \times 2) =$

305. $2 \times (1 \times 6) =$

299. $5 \times (3 \times 8) =$

306. $2 \times (3 \times 4) =$

300. $4 \times (2 \times 3) =$

307. $3 \times (6 \times 3) =$

301. $6 \times (3 \times 2) =$

308. $3 \times (2 \times 1) =$

302. $3 \times (6 \times 4) =$

Vamos a multiplicar las sumas indicadas (adiciones).

Escribiremos así:

$$4 + 7$$

$$\times 2$$

$$8 + 14 = 22$$

$$3 + 5 + 10$$

$$\times 3$$

$$9 + 15 + 30 = 54$$

También podemos escribir del siguiente modo:

$$(4 + 7) \times 2 = 8 + 14 = 22$$

$$(3 + 5 + 10) \times 3 = 9 + 15 + 30 = 54$$

Hemos multiplicado cada parte de la suma por el número 3 y luego sumamos los productos parciales.

EJERCICIOS

Multiplica por partes y suma:

309. $(3 + 2) \times 7$

310. $(4 + 6) \times 9$

311. $(7 + 12) \times 2$

312. $(60 + 9) \times 4$

313. $(9 + 30) \times 6$

314. $(10 + 4) \times 3$

315. $(10 + 7) \times 4$

316. $(10 + 3) \times 3$

317. $(10 + 9) \times 5$

318. $(8 + 10) \times 6$

319. $(12 + 30 + 7) \times 2$

320. $(4 + 9 + 20) \times 4$

321. $(100 + 10 + 3) \times 3$

322. $(100 + 10 + 4) \times 8$

323. $(100 + 20 + 7) \times 20$

CALCULO MENTAL EN LA MULTIPLICACION

Para realizar con rapidez muchas multiplicaciones, conviene que aprendas una serie de sistemas y artificios prácticos que te permitirán realizar mentalmente muchas operaciones.

1. Multiplicación por 5.

Multiplica el número por 10, agregándole un cero, y divídelo por 2.

$$34 \times 5 = \frac{340}{2} = 170 \quad 35 \times 5 = \frac{350}{2} = 175$$

2. Multiplicación por 9, 99, 999.

Multiplica por 10, 100, 1.000 y resta el número.

$$48 \times 9 = 480 - 48 = 432 \\ 48 \times 99 = 4800 - 48 = 4752$$

3. Multiplicación por 11

Si el número que has de multiplicar tiene una sola cifra, basta repetirla dos veces.

$$8 \times 11 = 88$$

Si el número tiene dos cifras, súmalas, e introduce el resultado entre las dos.

$$18 \times 11 = 198$$

Si el resultado da más de una cifra, se escriben las unidades y se agrega la decena a las del número.

$$75 \times 11 = 825$$

4. Multiplicación por 12, 13, 14... hasta 19

Multiplica por 10, agregando un cero, y súmale 2, 3, 4, etc. veces el número.

$$25 \times 14 = 250 + 100 = 350$$

5. Multiplicación por 20, 30, 40, etc...

Multiplica por 2, 3, 4, etc. y agrega un cero.

$$125 \times 30 = 3750$$

6. Multiplicación por 19, 29, 39, etc.

Multiplica el número por 20, 30, 40, etc. y resta el multiplicando.

$$45 \times 19 = 900 - 45 = 855$$

7. Multiplicación por 21, 31, 41, etc.

Multiplica por 20, 30, 40 etc. y agrega el número.

$$45 \times 21 = 900 + 45 = 945$$

EJERCICIOS DE CALCULO MENTAL

324. Efectuar los productos:

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. 10×10 | 4. 56×100 |
| 2. 100×100 | 5. 138×1000 |
| 3. 48×10 | 6. 150×100 |

325. efectuar los productos :

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1. 65×2 | 3. 35×20 |
| 2. 214×3 | 4. 238×30 |

326. Efectuar los productos :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. 48×14 | 3. 64×17 |
| 2. 48×41 | 4. 64×71 |

327. Efectuar los productos :

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1. 25×12 | 3. 218×18 |
| 2. 41×12 | 4. 324×18 |

328. Efectuar los productos :

- | | |
|------------------|--------------------|
| 1. 28×9 | 3. 124×99 |
| 2. 98×9 | 4. 525×99 |

329. Efectuar los productos :

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1. 42×11 | 3. 56×21 |
| 2. 56×11 | 4. 614×21 |

RESUMEN

1. La multiplicación equivale a una adición abreviada del mismo sumando.
2. La multiplicación por cero, equivale a un producto nulo.
3. El 1 es un elemento neutro de la multiplicación.
4. La multiplicación cumple la **propiedad conmutativa**: se puede invertir el orden de los factores, y el producto no cambia.
5. La multiplicación cumple la **propiedad asociativa**: pueden remplazar varios factores por su producto.
6. Cuando se ha de multiplicar una adición por un número, se multiplica cada sumando por el número y después se suman los productos parciales: es la **propiedad distributiva**.

PROBLEMAS DE MULTIPLICACION

330. Mi hermano corre 10 kilómetros en 1 hora. ¿Cuántos recorrerá en 7 horas?
331. Cinco buses de una ciudad a otra llevan cada uno 40 personas. ¿Cuántas personas serán en total?
332. Dos niños tienen 135 bolas cada uno. ¿Cuántas tendrán por todas?
333. Un cuaderno me costó \$ 3.00. ¿Cuánto me costarán 6 docenas?

334. Una camisa me costó \$ 43.00. ¿Cuánto me costará media docena?
335. Una caja contiene 25 clavos, ¿cuántos contendrán 15 cajas?
336. Un hacendado que viaja vende sus haberes: 8 toros de lidia a \$ 11.004.00; 6 lotes de tierra a \$ 20.015.00 y 6 caballos de carrera a \$ 2.004.00; ¿cuánto recogió por todo?
337. Buscar los números que multiplicados entre sí tengan como respuesta los siguientes: 64, 12, 48, 6, 10, 18.
338. ¿Cuánto cuesta un pesebre o nacimiento de Jesús de 8 figuras si cada una vale \$ 12.00?
339. Para el árbol de Navidad compramos una serie de 8 bombillas; si cada una cuesta \$ 3.00, ¿cuál es el precio total?
340. El director de un colegio compró un pesebre para cada una de las 6 clases; si cada pesebre cuesta \$ 80.00, ¿cuánto gastó?
341. Mamá compra 6 botellas de vino para Navidad; si una vale \$ 15.00, ¿cuánto ha gastado?
342. En una fábrica de cigarrillos una máquina trabaja 8 horas, si en una hace 2.005 cigarrillos, ¿cuántos fabrica en este tiempo?

343. El día de Navidad un bus efectuó 30 viajes y cada vez transportó 65 pasajeros; ¿cuántos transportó en el día?
344. Hágase la cuenta del gasto del árbol de Navidad: 20 bombillas a \$ 3.00; 1 pino en \$ 20.00; un paquete en \$ 28.00; 5 paquetes a \$ 17.00; 20 velas a \$ 0.20 centavos cada una.
345. Una editorial imprime 4.000 Biblias a \$ 20.00; luego las empasta a \$ 5.00, ¿cuál es el precio de la edición?
346. Para Navidad un almacén vendió 9 pesebres grandes a \$ 102.00; 1.119 muñecas a \$ 4.00; 2.005 bombillas a \$ 2.00, ¿cuánto recogió por este concepto?
347. Si un bus transporta en una semana 1.248 estudiantes; ¿cuántos transporta en 9 semanas?
348. Un camión carga 8.007 kg. ¿Cuánto transportan 8 camiones iguales a este?
349. Si un camión recorre en una semana 1.806 kilómetros, ¿cuánto recorre en un mes?
350. ¿Cuánto pesan 8 sacos de trigo de 11 arrobas cada uno?
351. A un recipiente llegan 20 botellas de agua cada media hora; ¿cuántas botellas tendrá el recipiente al cabo de 8 horas? ¿Y al cabo de 47 horas?

352. Un lechero vende diariamente 60 botellas; ¿cuántas vende al cabo de una semana? ¿De un mes?

353. A \$ 24.00 el galón de aceite, ¿cuánto se recogió por este concepto el lunes, el sábado y el viernes, vendiendo 15 galones cada día?

354. Si en una semana se han embarcado 41.025 bultos de un puerto, ¿cuántos bultos se despachan en 14 semanas?

355. La fábrica de automóviles Ford vendió en este trimestre: 11 automóviles a \$118.074.00, otros 18 a \$ 140.400.00 y los 28 últimos a \$ 124.005.00, ¿cuál es el precio total?

356. Una locomotora arrastra 58 vagones; aunque unos pesan más que otros, se calcula que el peso medio de uno es de 10.143 kgs. ¿qué peso arrastra en total?

357. ¿Cuánto valen 300 cabritos a \$ 40.00 cada uno?

358. Mi padre paga \$ 100.00 de arriendo cada mes por la casa que ocupa, ¿cuánto paga en 12 meses? ¿En dos años?

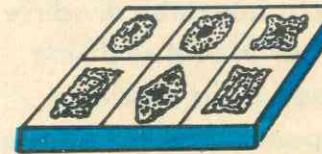
359. Para el ejército nacional se compraron 1.378 fusiles a \$ 900.00 y 4.560 a \$ 300.00. ¿Cuál fue el gasto total?

360. Para el escuadrón de caballería del ejército se compraron 600 caballos a \$ 978.00 ¿cuánto se gastó?

361. Ochocientos vestidos militares a \$ 400.00 ¿cuánto valen? Y 1.200. cascos de campaña a \$ 172.00, ¿qué precio tienen?

362. La Federación de Cafeteros ha comprado 2.305 cargas de café a \$ 525, ¿cuánto desembolsa?

363. Si un obrero gana diariamente \$ 16.00, ¿cómo averiguar cuánto gana en una quincena? ¿y en tres meses?



UNIDAD 6

DIVISION

Luis y su compañero desean repartir un regalo de \$ 246.00 en dinero. ¿Cómo sabrán cuánto le corresponde a cada uno?

La operación que debes realizar es una **división**.

Dividir es repartir en partes iguales. Primero repartirás las dos centenas, una para cada uno, luego las cuatro decenas, dos para cada uno y finalmente, las seis unidades, 3 para cada uno.

<u>Dividendo</u> -----	246		2	<u>Divisor</u>
	04		123	<u>Cociente</u>
	06			
	0			residuo.

Dividendo es el número que debe dividirse.

Divisor es el número por el cual se divide.

Cociente es el resultado de la división.

Residuo es el resto que queda cuando la división no es exacta.

El cociente es exacto cuando el dividendo contiene al divisor un número exacto de veces.

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente.}$$

$$60: 12 = 5 \quad 60 = 12 \times 5$$

El cociente es aproximado cuando el dividendo no

contiene al divisor un número exacto de veces. Queda un residuo.

$$\text{Dividendo} = (\text{divisor} \times \text{cociente}) + \text{residuo.}$$

$$64: 12 = 5. \text{ Residuo } 4 \quad 64 = (12 \times 5) + 4$$

El residuo ha de ser menor que el divisor.

PRIMER CASO

El divisor tiene varias cifras y el cociente, una.

Problema.- Repártanse en forma igual 436 naranjas entre 78 niños y dígase las que sobran.

A la izquierda del dividendo separo dos cifras, esto es, tantas como sean necesarias para formar un número que contenga al 7 del divisor, por lo menos una vez.

$$\begin{array}{r} 436 \overline{) 78} \\ 468 \quad 6 \end{array}$$

El cociente de 43 por 7 es 6. Multiplico 78 por 6

$$78 \times 6 = 468$$

Siendo el producto 468 mayor que el dividendo 436, la cifra 6 en el cociente no nos sirve. Ensayemos con 5.

$$78 \times 5 = 390$$

Siendo 390 menor que el dividendo, la cifra 5 es la que nos conviene en el cociente. El residuo es 46.

$$\begin{array}{r} 436 \overline{) 78} \\ 390 \quad 5 \\ \hline 46 \end{array}$$

Cada niño recibirá 5 naranjas, y sobran 46.

NOTA:

En la práctica no se escribe el producto del divisor por el cociente; se efectúa la sustracción al mismo tiempo que la multiplicación; así:

8 x 5, 40, a 46, 6. Llevo 4 (d)

7 x 5, 35 y 4, 39, a 43, 4

$$\begin{array}{r} 436 \overline{) 78} \\ \underline{46} \\ 5 \end{array}$$

REGLA

Cuando el dividendo y el divisor tienen el mismo número de cifras, se divide la primera del dividendo por la primera del divisor; cuando el dividendo tiene una cifra más, se divide el número formado por las dos primeras cifras a la izquierda del dividendo, y resulta la cifra del cociente, o una cifra mayor.

Para comprobar, se multiplica el divisor por esta cifra, y si el producto es menor que el dividendo o igual a él, el cociente hallado es el verdadero; si no, se lo disminuye en una unidad, hasta que el producto pueda restarse del dividendo.

SEGUNDO CASO

El divisor y el cociente tienen varias cifras.

Problema.- En 24 horas una llave de agua suministra 1.344 decalitros de agua. ¿Cuántos vierte por hora?

A la izquierda del dividendo se separo 3 cifras, las necesarias para contener al divisor al menos una vez. 134 es el primer dividendo parcial. 5 es la primera cifra del cociente.

$$\begin{array}{r} 1344 \overline{) 24} \\ \underline{120} \\ 144 \\ \underline{144} \\ 0 \end{array}$$

A la derecha del residuo 14 escribo el 4 del dividendo. 144 es el segundo dividendo parcial. 144 dividido por 24 resulta 6, segunda cifra del cociente. La llave de agua, vierte 56 decalitros por hora.

REGLA

Para dividir entre sí dos números cuando el divisor y el cociente tienen varias cifras, se escribe el divisor a la derecha del dividendo, separados por el signo de la división. Se separa de la izquierda del dividendo un número que contenga al divisor al menos una vez.

Se divide el dividendo parcial por el divisor para encontrar la primera cifra del cociente; se multiplica todo el divisor por esta cifra y el producto se resta del dividendo parcial.

A la derecha de la diferencia que resulta, se coloca la siguiente cifra del dividendo; se divide este segundo dividendo parcial por el divisor, y se obtiene la segunda cifra del cociente. Se multiplica el divisor por esta cifra y se resta del segundo dividendo parcial. Se continúa la operación hasta que se vayan bajando todas las cifras del dividendo.

El conjunto de cifras encontradas forma el cociente.

NOTA:

Cuando después de bajar una cifra del dividendo para formar otro dividendo parcial, éste es menor que el divisor, se escribe un cero en el cociente, se baja otra cifra del dividendo, y se continúa la operación.

$$\begin{array}{r} 185.132 \quad \underline{) 367} \\ 1623 \quad 504 \\ 164 \end{array}$$

CASO PARTICULAR

El dividendo y el divisor rematan en ceros.

Ejemplo: $75.000 : 4.500$

Suprimiendo 2 ceros en el dividendo y en el divisor, o sea igual número en ambos, resultan los números 750 y 45. Se efectúa la división y se obtiene 16 por cociente. El residuo será 3.000 (añadiendo los 2 ceros suprimidos).

$$\begin{array}{r} 75.000 \quad \underline{) 4500} \\ 300 \quad 16 \\ 30 \end{array}$$

DIVISIBILIDAD Y CALCULO MENTAL

1. Un número es **divisible por 2** cuando termina en 0 ó en cifra par.
2. Un número es **divisible por 3 ó por 9**, cuando sumadas sus cifras, nos da tres o un múltiplo de 3 ó de 9. Así, la suma de las cifras del número 123.416, es 18. Será **divisible por 3 y también por 9**.

3. Un número es **divisible por 5** cuando termina en 0 ó en 5.

Para dividir por 5 se divide el número por 10, separando una cifra y luego se duplica el resultado.

$$350 : 5 = 35 \times 2 = 70$$

$$75 : 5 = 7,5 \times 2 = 15$$

4. Un número es **divisible por 15**, si lo es por 3 (suma de cifras), y por 5 (termina en 0 ó en 5).

$$135 : 15 = 45 : 5 = 9$$

5. Un número es **divisible por 25** si termina en dos ceros, ó en 25, 50 ó 75.

Para dividir por 25, basta dividir por 100 separando 2 cifras, y luego multiplicando por 4.

$$1.200 : 25 = 12 \times 4 = 48$$

$$225 : 25 = 2,25 \times 4 = 9$$

EJERCICIOS DE CALCULO MENTAL

364. Dividir:

$$120 \quad \underline{) 2} \quad 216 \quad \underline{) 4} \quad 3690 \quad \underline{) 4}$$

$$200 \quad \underline{) 2} \quad 1369 \quad \underline{) 3} \quad 426 \quad \underline{) 8}$$

$$1236 \quad \underline{) 2} \quad 6005 \quad \underline{) 5} \quad 970 \quad \underline{) 7}$$

$$136 \quad \underline{) 2} \quad 93641 \quad \underline{) 3} \quad 930 \quad \underline{) 6}$$

365. Dividir por 4 los siguientes números. Indique el residuo.

456	345	140	704
400	567	456	740
807	700	678	567
840	301	900	789
675	940	904	600
891	789	720	707

366. Dividir por 5. Indique el residuo.

430	432	404	550
912	321	521	505
660	823	210	212
606	770	734	123
101	707	880	645
234	202	808	566

367. Dividir por 8. Indique el residuo.

765	290	434	456
465	975	291	720
121	547	820	712
240	234	987	194
231	469	491	807

368. Dividir por 9. Indique el residuo.

376	290	245	146
303	904	100	908
400	608	468	571
720	472	745	932
732	156	954	409

EJERCICIOS

Efectúense las divisiones siguientes:

369. 9415 : 35	388. 9570 : 39
370. 8944 : 43	389. 9471 : 33
371. 6834 : 51	390. 6.400 : 200
372. 8418 : 61	391. 27.300 : 350
373. 6351 : 73	392. 783.500 : 4.700
374. 8732 : 63	393. 408.800 : 5.600
375. 9287 : 47	394. 4.500 : 500
376. 8064 : 42	395. 475.000 : 8.500
377. 7504 : 56	396. 376.200 : 1.800
378. 5916 : 87	397. 625.000 : 3.490
379. 7584 : 96	398. 34.025 : 17
380. 3825 : 45	399. 25.347 : 56
38x. 6784 : 53	400. 10.901 : 37
382. 8910 : 66	401. 3.645 : 342
383. 8064 : 84	402. 8706 : 408
384. 7900 : 58	403. 9256 : 328
385. 9907 : 57	404. 75.216 : 32
386. 4874 : 36	405. 39.027 : 43
387. 6254 : 54	406. 25.017 : 47

407. 27.300 : 45
408. 6.428 : 315
409. 7492 : 506
410. 8715 : 445
411. 10.075 : 19
412. 77.259 : 68

413. 32.904 : 56
414. 10.000 : 72
415. 7639 : 625
416. 6375 : 871
417. 7697 : 528

PROBLEMAS

418. Se repartieron 56 bolitas entre 9 alumnos.
¿Cuántas bolas correspondieron a cada uno?
¿Cuántas sobraron?
419. Por qué número habrá que multiplicar el 6 para obtener 90?
420. Dos niños que van al campo cogen 144 naranjas, con las que hacen 8 montones iguales.
¿Cuántas naranjas habrá en cada montón? ¿Cuántas sobraron?
421. Una familia gasta en 5 años \$ 27.045.00 ¿cuál es el gasto anual?
422. Una persona deja \$ 37.008.00 para distribuir entre sus nueve herederos, ¿cuánto recibe cada uno?
423. En una floristería arreglaron 17 ramilletes con 493 flores, ¿cuántas correspondieron a cada uno?
424. El precio de 12 canastillos de flores es de \$ 45.00 ¿cuál es el de uno?

425. El día de los difuntos la floristería recogió \$ 2.944.00 por coronas vendidas al precio medio de \$ 32.00, ¿cuántas coronas despachó en esta ocasión?

426. Nuestro colegio compuesto de 812 alumnos ha depositado en la Caja de Ahorros la suma de \$ 11.368.00, ¿cuál es la consignación por alumno?

427. Si en un año de 300 días hábiles el tío de Luis pagó jornales por \$ 27.900.00, ¿cuántos jornales pagó?

428. Con motivo de un temblor de tierra los comerciantes de cierta ciudad obsequiaron a los damnificados: el panadero \$ 768.00 en pan; el carnicero \$ 498.00 en carne; un bazar produjo \$ 13.807.00 y objetos cuyo precio es de \$ 9.494.00; dígase ¿cuánto valen las dádivas?. Si fueron socorridas 19 familias, ¿cuánto obtuvo una?

429. Un bazar de caridad produjo \$ 79.593.00 en tres días, si los gastos fueron \$ 9.907.00 ¿cuánto produjo el bazar por día?

430. Un bus de pasajeros transporta 47 turistas a \$ 12.00; 36 escolares a \$ 9.00; 39 empleados a \$ 16.00. Hállese el precio de cada viaje y ¿cuánto recoge por todo?

EVALUACION

Haz las divisiones siguientes:

- | | |
|---------------------|--------------------|
| 431. 42694 7683 | 435. 86439 2132 |
| 432. 96724 2314 | 436. 764368 9345 |
| 433. 1011236 4683 | 437. 63216 7321 |
| 434. 6468900 2364 | 438. 77688 13698 |

PROBLEMAS SOBRE LAS CUATRO OPERACIONES

439. Una docena de ovejas vale \$ 2.400. ¿Cuánto valen 15 ovejas?
440. Un centenar de huevos vale \$ 70,00. ¿Cuánto vale la docena?
441. Un viajero hace un recorrido de 400 km. en 7 horas. ¿En cuánto tiempo recorrerá 800 kms.?
442. Una máquina saca 15.000 números de un periódico en media hora; ¿cuántos saca por minuto, y cuánto valen a \$ 0,70 cada uno?
443. ¿Cuántos días empleará un escribiente para copiar un libro de 720 páginas, si copia 3 páginas por hora, y si trabaja 8 horas diarias?
444. Ciento treinta y cinco páginas de escritura de a 15 líneas cada una han sido escritas por 45 alumnos: ¿cuántos líneas ha escrito cada uno?
445. Se reparte la suma de \$ 1.390 entre 15 personas; las 8 primeras deben tener \$ 130 cada una. ¿Cuánto le toca a cada una de las otras?

446. Si un bulto de maíz cuesta \$ 36,00, ¿cuántos bultos se comprarán con \$ 2.000, y cuánto sobraré?
447. Alonso paga una deuda de \$ 1.450 dando \$ 520, y 15 metros de paño. ¿A cómo sale el metro?
448. Si 8 metros de género se compran en \$ 36, ¿cuánto se pagaría comprando 2 metros más?
449. Se han comprado 36 sombreros a \$ 18.00 cada uno; ¿a cuánto se debe revender cada sombrero para ganar una suma igual al precio de compra de 9 de ellos?
450. La edad total de Jacinto y de su hijo es 123 años; el hijo tiene la tercera parte de ese total; ¿cuál es la edad del padre?
451. Un obrero recibe \$ 384 por 6 días de trabajo; ¿cuántos días habrá trabajado por \$ 2.976?
452. ¿Con cuántas monedas de 0,50, de 0,20 ó de 0,10 puedo pagar la suma de \$ 5.00?
453. Una persona posee \$ 123.000; en su testamento deja \$ 89.000 para 5 personas de su familia, por partes iguales, y lo demás a beneficio de un hospital. ¿Cuánto le corresponde a cada persona y al hospital?
454. Se han comprado 36 sombreros a \$ 18.00 cada uno; ¿a cuánto se debe revender cada sombrero para ganar una suma igual al precio de compra de 9 de ellos?

455. Un sombrerero compra unos sombreros a \$ 28.00 cada uno, y los vende a \$ 35.00. ¿Cuál es el número de sombreros si la ganancia total asciende a \$ 630.00?

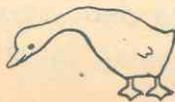
456. Un librero vende 10 volúmenes en cierta cantidad, y después 16 más al mismo precio. Por la segunda venta recibe \$ 180 más que por la primera. ¿A cómo sale cada libro?

457. Dos obreros hicieron juntos un trabajo en 17 días por el cual recibieron \$ 510. Si el uno gana a \$ 12 diarios, ¿a cómo resulta el jornal del segundo?

458. ¿Cuánto habrá ahorrado un empleado durante 20 años de trabajo si gana en promedio \$ 18.000 anuales y gasta de ellos \$ 15.000 al año?

459. Si me dan \$ 20 para comprar 20 estampillas de 10 cvs.; 6 de 0,25; 8 de 0,50 y 4 de \$ 1.00. ¿Cuánto me sobra?

60 ¿Cuántos billetes de \$ 5.00 forman \$ 600. pesos?

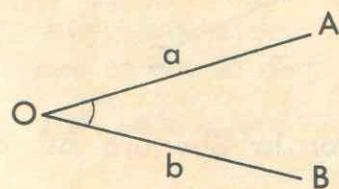


UNIDAD 7

FIGURAS GEOMETRICAS

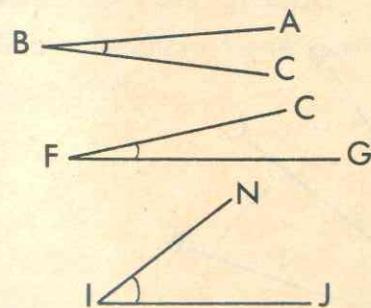
NOCION DE ANGULO

Un punto común O y las semirrectas a y b determinan una figura que llamaremos **región angular** o simplemente **ángulo**.



A este punto común O le llamamos **vértice** y a las dos semirrectas a y b , **lados del ángulo**. Este será el ángulo AOB .

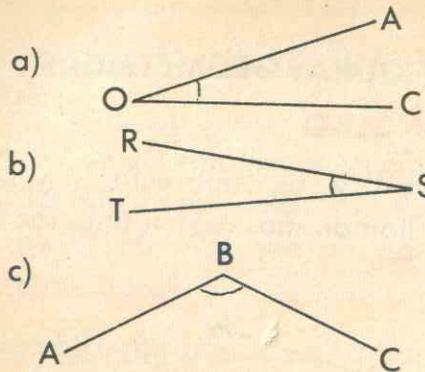
El signo \wedge encima de las letras, nos indica un ángulo.



\wedge
ABC (ángulo ABC)
 \wedge
CFG (ángulo CFG)
 \wedge
NIJ (ángulo NIJ)

Un ángulo se lee comenzando por la letra correspondiente a una de las semirrectas, luego la letra correspondiente al vértice y por último la letra de la otra semirrecta.

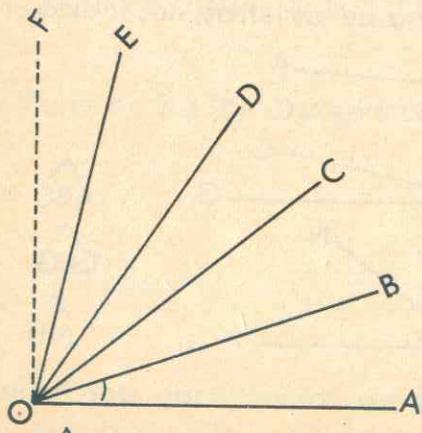
Indique el nombre de los siguientes ángulos:



Los ángulos se miden por la **abertura** de las dos semirrectas.

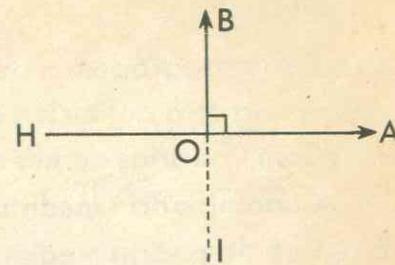
Si dejamos un segmento fijo y cambiamos la posición del otro, podemos mostrar todas las clases de ángulos.

a). **Angulo Agudo**: no llega a un cuarto ($\frac{1}{4}$) de vuelta.



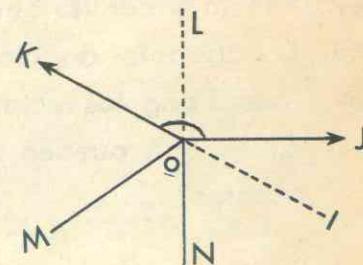
En esta figura, \widehat{AOB} , es un ángulo agudo. Nombra otros ángulos agudos.

b). **Angulo Recto**: es el que tiene un cuarto ($\frac{1}{4}$) de vuelta. \widehat{AOB} , en la figura.



Nombra otros ángulos rectos en la misma figura.

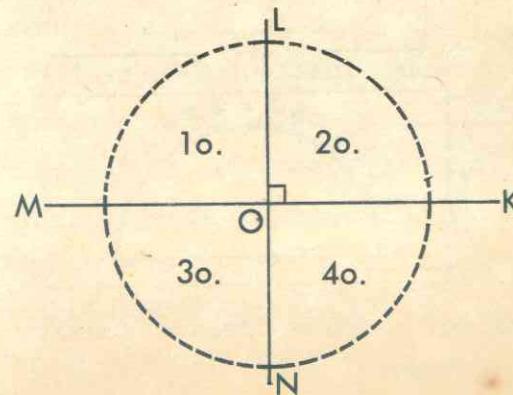
c). **Angulo Obtuso**: es mayor que un cuarto de vuelta; \widehat{JOK} , en la figura.



Nombra otros ángulos obtusos en la figura.

Los ángulos se miden en **grados**. Una circunferencia, mide siempre 360 grados.

La circunferencia tiene cuatro **cuadrantes**, que forman ángulos rectos.

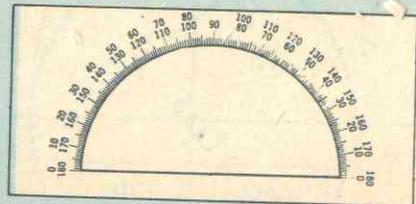
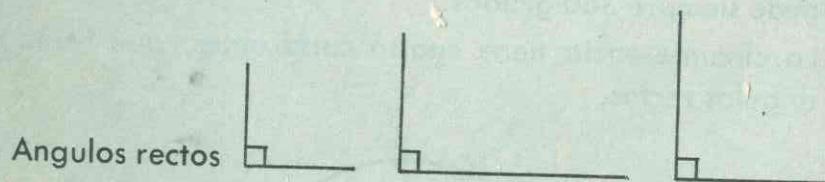


EJERCICIOS

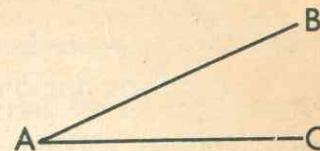
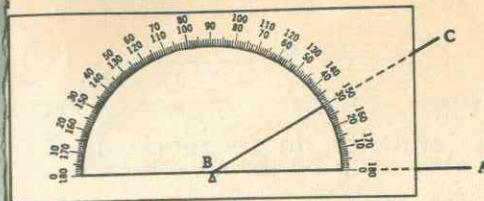
461. ¿Cuántos grados mide un ángulo recto?
462. Inventa otra definición del ángulo agudo.
463. ¿Cómo podrías definir un ángulo obtuso?
464. ¿Cuánto podría medir un ángulo agudo?
465. ¿Cuánto podría medir un ángulo obtuso?
466. ¿Serán todos los ángulos agudos, iguales?
467. ¿Podría haber varios ángulos agudos iguales?
468. ¿Son todos los ángulos rectos iguales?
469. Traza 3 ángulos rectos en distinta posición.
470. ¿Crees que pueden ser iguales todos los ángulos obtusos?

MEDICION Y DIBUJO DE ANGULOS

Los ángulos se miden por la **abertura** y no por la **longitud de los segmentos o lados**.



Para medir la abertura de los ángulos se usa el **Graduador o Transportador**.



El graduador también sirve para dibujar o copiar ángulos.

Podemos copiar y dibujar ángulos, valiéndonos de un **compás**.

EJERCICIOS

471. Completa:

- a). Un ángulo menor de 90 grados es _____
- b). Un ángulo igual a 90 grados es _____
- c). Un ángulo con más de 90 grados es _____
- d). Una pared forma con el piso un ángulo _____
- e). Una plomada forma con la horizontal un ángulo _____
- f). Una puerta medio abierta forma con su lado fijo un ángulo _____

472. Indica la clase de ángulo según la medida:

- a). Un ángulo de 30 grados es _____
- b). Un ángulo de 120 grados es _____
- c). Un ángulo de 60 grados es _____
- d). Un ángulo de 91 grados es _____
- e). Un ángulo de 89 grados es _____
- f). Un ángulo de 43 grados es _____

g). Un ángulo de 100 grados es _____

h). Un ángulo de 150 grados es _____

473. Las perpendiculares forman ángulos rectos.
¿Podrías dar otra definición de perpendicular?

474. Dibuja, aproximadamente, sin ningún aparato u
ángulo recto, un ángulo de 45 grados, de 30°, de
15°, de 60°, de 135°, de 120°.

475. Dibuja:

- Una escuadra de carpintero.
- Una escuadra de dibujante.
- Un compás abierto con ángulo agudo.
- Una regla en forma de T.
- Una plomada en posición vertical.
- Un transportador o graduador.

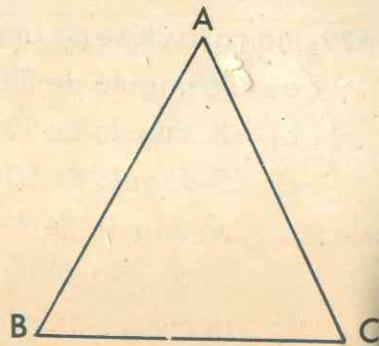
TRIANGULOS

Si consideramos tres puntos, A, B, C, que no estén en
línea recta, y los unimos con segmentos de recta, nos
resulta una figura cerrada: es un **TRIANGULO**.

La unión de los seg-
mentos AB, BC, y AC,
forman un triángulo.

Lo escribimos así:

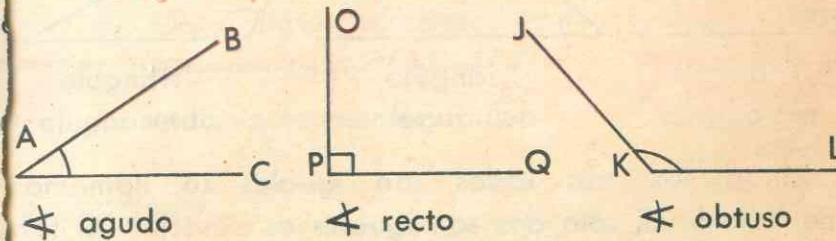
$\triangle ABC$



EJERCICIO

476. Dibuja 8 conjuntos de tres puntos cada uno, en dis-
tintas posiciones, y únelos.

Señala en las figuras anteriores, los ángulos rectos,
los agudos y los obtusos, así:



ELEMENTOS DEL TRIANGULO

Un vértice es el punto donde se juntan dos segmentos. El
triángulo tiene 3 vértices.

Los vértices se indican con letras, v.gr. en el $\triangle ABC$
los vértices son A, B, C.

Los vértices corresponden a los ángulos. Por tener 3
ángulos se le llama triángulo.

Los segmentos rectilíneos son los **lados** del triángulo.

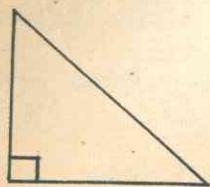
Además hemos de distinguir su **región interior** y su **región exterior**, limitada por los lados.

CLASES DE TRIANGULOS

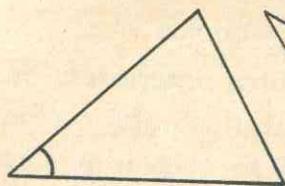
Los triángulos reciben diferentes nombres según sean sus
ángulos o sus lados.

Cuando tienen ángulo recto se llaman **Rectángulos**.

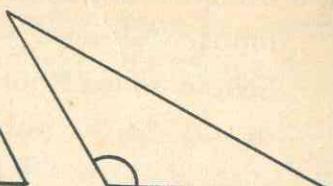
Cuando los tres ángulos son agudos, **Acutángulo**; Obtusángulo si tiene un ángulo obtuso.



Triángulo rectángulo.

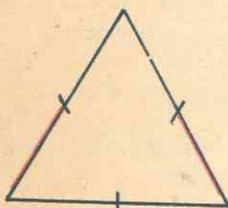


Triángulo acutángulo

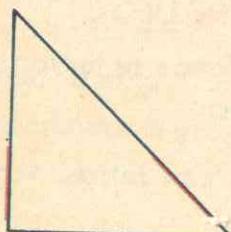


Triángulo obtusángulo

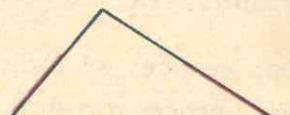
Cuando los tres lados son iguales lo llamamos Equilátero. Si sólo dos son iguales es **Isósceles**. Si son desiguales es **Escaleno**.



Triángulo Equilátero



Triángulo Isósceles



Triángulo Escaleno

EJERCICIOS

477. Marca tres puntos R, S y T, que no estén sobre una misma recta.

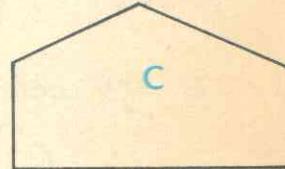
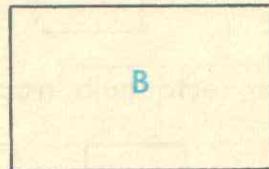
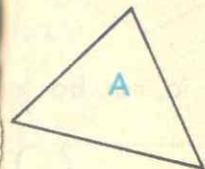
- Dibuja \widehat{RST} y \widehat{RTS} . Son ángulos diferentes. ¿Por qué?
- Dibuja \widehat{SRT} . ¿Es este ángulo diferente de los otros que has dibujado?

478. Dibujar los siguientes triángulos:

- Rectángulo isósceles.
- Rectángulo escaleno.
- Ensaya si puedes, dibujar un rectángulo equilátero.
- Obtusángulo isósceles.
- Acutángulo equilátero.
- Acutángulo isósceles.

POLIGONOS

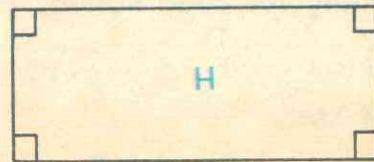
Llamamos **Polígono** a cualquier figura cerrada de varios lados. Según esto, los triángulos y los cuadriláteros son Polígonos.



CUADRILATERO

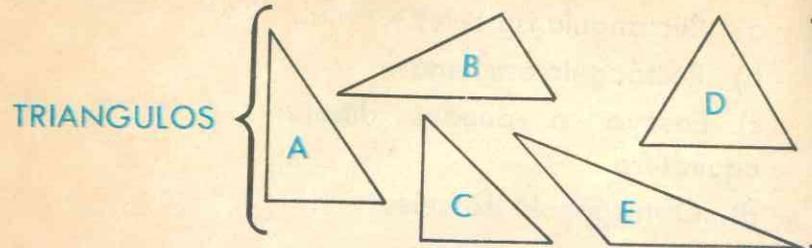
La figura cerrada con 4 lados se llama **cuadrilátero**.

Un **rectángulo** es un cuadrilátero que tiene un ángulo recto en cada una de sus cuatro esquinas.

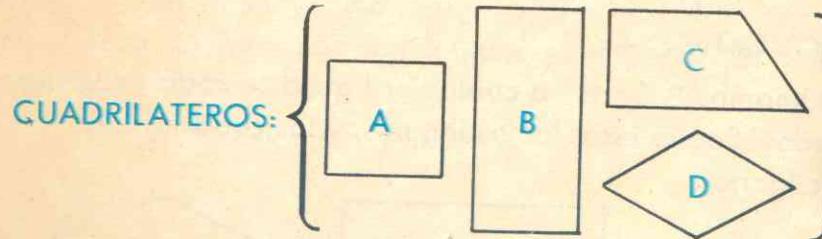


El Perímetro equivale a la suma de los lados.

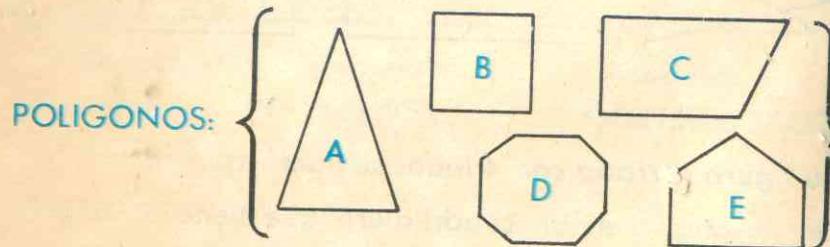
Las figuras geométricas forman conjuntos:



T = { rectángulo, acutángulo, isósceles, obtusángulo, equilátero }



C = { cuadrado, rectángulo, trapecio, rombo }

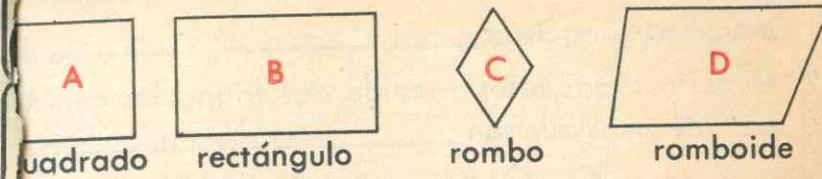


P = { triángulos, cuadriláteros, pentágonos... }

EL PARALELOGRAMO

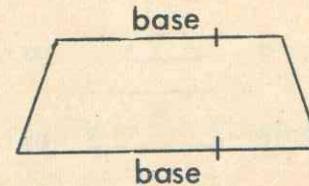
Quando una figura geométrica tiene sus lados opuestos paralelos, decimos que es un **paralelogramo**. Te-

Siendo en cuenta sus lados y sus ángulos, se pueden agrupar en:

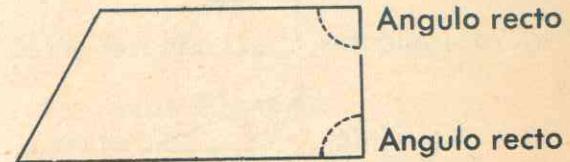


EL TRAPECIO

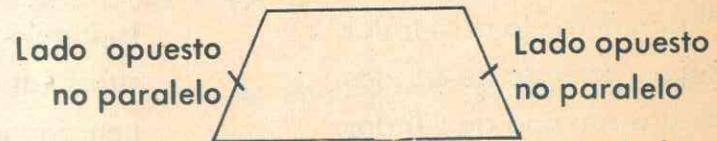
Es un **cuadrilátero** que tiene dos lados paralelos.



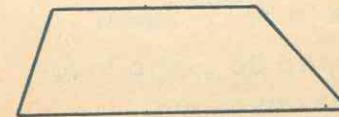
Trapezio rectángulo, es el que tiene dos ángulos rectos.



Trapezio isósceles, es el que tiene iguales los lados opuestos no paralelos.



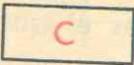
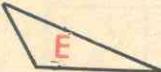
Trapezio escaleno, es el que tiene todos sus lados desiguales.



EJERCICIOS

479. Completar:

1. Llamamos ángulo a _____
2. Cuando todas las partes de dos triángulos coinciden, decimos que son _____
3. Ejemplo de ángulo recto es el formado por _____ y por _____

4. La figura siguiente  es un _____
5. La figura siguiente  es un _____
6. La figura siguiente  es un _____
7. La figura siguiente  es un _____
8. La figura siguiente  es un _____

480. Ordena las palabras con el número que corresponde a la verdadera definición:

- | | |
|---|----------------|
| 1. Figura cerrada de 4 lados. | triángulo |
| 2. Figura cerrada de 3 lados. | cuadrilátero |
| 3. Figura cerrada de 5 lados. | pentágono |
| 4. Figura cerrada de tres lados desiguales. | Tr. Isósceles |
| 5. Figura abierta de dos lados. | Tr. escaleno |
| 6. Figura cerrada de cuatro lados, paralelos de dos en dos. | Tr. equilátero |

- | | |
|--|----------------|
| Figura cerrada con dos lados desiguales y otro distinto. | ángulo |
| Figura cerrada de tres lados iguales | paralelogramo |
| Cuadrilátero con dos lados desiguales paralelos. | trap. escaleno |
| Figura cerrada de 4 lados iguales y paralelos de dos en dos. | Rombo |

SUMEN

La región determinada por dos semirrectas y un punto común lo llamamos **ángulo**.

Dos ángulos son **iguales** cuando todos sus puntos coinciden.

Un **ángulo agudo** mide menos de 90 grados.

Un **ángulo recto** mide 90 grados.

Un **ángulo obtuso** mide más de 90 grados.

Las **perpendiculares** forman ángulos rectos.

Un triángulo con todos sus lados desiguales se llama **escaleno**.

Un **cuadrilátero** es una figura cerrada de cuatro lados.

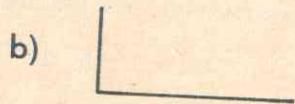
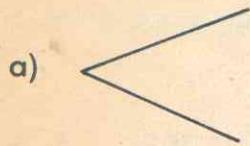
Cuando los tres lados de un triángulo son iguales, se llama **equilátero**.

Un triángulo con dos lados iguales se llama **isósceles**.

11. El cuadrilátero de lados iguales y ángulos rectos es el **cuadrado**.
12. Un **trapezio** es un cuadrilátero con dos lados paralelos.
13. Un **rectángulo** tiene cuatro ángulos rectos.
14. Un **trapezio isósceles** es el que tiene iguales los lados opuestos no paralelos.
15. Una figura cerrada de varios lados se llama **polígono**.
16. **Perímetro** es la suma de los lados de un polígono.

EVALUACION

481. Indica la respuesta más acertada. Subraya. Un ángulo obtuso es el de la figura: a), b), c), d).



482. Dos líneas perpendiculares forman: a) un ángulo agudo, b) un ángulo recto, c) un ángulo obtuso, d) un triángulo.
483. Un ángulo agudo puede medir: a) 80 grados, b) 90 grados, c) 120 grados, d) más de 180 grados.

484. Un ángulo obtuso es: a) menor que uno recto, b) menor que uno agudo, c) mayor que uno recto, d) tiene medida fija.

485. El triángulo equilátero: a) es rectángulo, b) tiene sólo dos lados iguales, c) tiene tres lados iguales, d) tiene sus lados desiguales.

486. El triángulo que tiene dos lados iguales se llama: a) rectángulo, b) equilátero, c) escaleno, d) isósceles.

487. El rombo tiene: a) todos sus lados paralelos, b) todos sus lados iguales, c) todos sus ángulos iguales, d) ninguna de estas cosas.

488. Cuadrilátero significa que tiene: a) cuatro lados paralelos, b) cuatro ángulos iguales, c) cuatro lados iguales, d) cuatro lados.

489. El trapezio es: a) un triángulo, b) un cuadrado, c) un rombo, d) un cuadrilátero.

490. El perímetro de un triángulo equilátero de 8 metros de lado es: a) 11 metros, b) 24 metros, c) 32 metros, d) ninguno de estos.



UNIDAD 8

CONCEPTO DE FRACCION

Después que el hombre aprendió a medir y contar, encontró que podía tomar **partes** de las cantidades que había medido, como la **mitad** de una cuerda, **medio** jarro, **medio** pan.

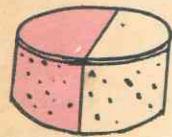
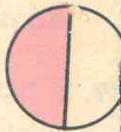
Para expresar esas partes comenzó a valerse de **fracciones** que llevó a los símbolos, así: $\frac{1}{2}$ o la mitad de la cuerda. La unidad dividida por dos, representa una **fracción**.

La parte rayada es la mitad del cuadro.



medio cuadro rayado.

la mitad de un círculo



la mitad de un queso.

MEDIOS, TERCIOS Y CUARTOS

Para indicar la mitad escribimos: $\frac{1}{2}$ lo que indica que la unidad se ha dividido por 2 y se ha tomado una de sus mitades, o un medio.



$\frac{1}{2}$ cuerda

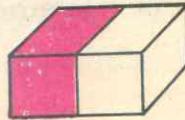


$\frac{1}{2}$ cuadro rojo

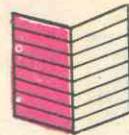
la fracción que corresponde a:



es $\frac{1}{2}$ tubo.



es $\frac{1}{2}$ libra de mantequilla.



es $\frac{1}{2}$ cuaderno.

Cuando queremos indicar a la unidad dividida por tres tendremos $\frac{1}{3}$; como $\frac{1}{3}$ de un vaso de leche, $\frac{1}{3}$ de un postre o $\frac{1}{3}$ de un ponqué.



una tercera parte



una tercera parte



una tercera parte

Cada uno de ellos se ha dividido en 3 partes.

Podemos dividirlos en 4 partes y entonces también cada parte será $\frac{1}{4}$, un cuarto.



$\frac{1}{4}$

una cuarta parte



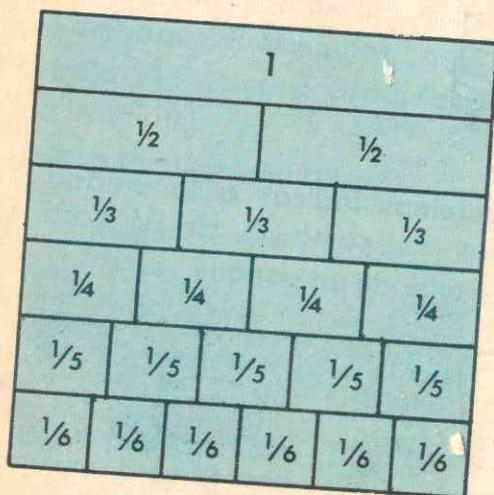
$\frac{1}{4}$

una cuarta parte

PROPIEDADES DE LAS FRACCIONES

Como has visto ya, las fracciones constan de números, separadas por un segmento de recta. El número de arriba le llamamos **numerador** y el de abajo **denominador**. En la fracción $\frac{1}{4}$ el numerador es el 1 y el denominador 4.

Otras propiedades de las fracciones.



Observa el dibujo y traza un círculo alrededor de la fracción mayor de los fraccionarios siguientes:

$$\frac{1}{3} \text{ ó } \frac{2}{3} \quad \frac{4}{6} \text{ ó } \frac{2}{6} \quad \frac{3}{4} \text{ ó } \frac{1}{4} \quad \frac{2}{6} \text{ ó } \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{2} \text{ ó } \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \text{ ó } \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \text{ ó } \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \text{ ó } \frac{1}{2}$$

Podrás observar que $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{2}{5}$. En la primera fracción la unidad se ha dividido en 5 partes y se han tomado 3 de ellas.

En $\frac{2}{5}$ también se ha dividido la unidad en 5 partes pero sólo se han tomado 2 partes.

Busquemos encontrar varios ejemplos que nos ayuden a concluir: **De dos fracciones de igual denominador es mayor aquella que tenga mayor numerador.**

Ya habrás dado cuenta ahora que cuando el numerador es mayor las partes se aumentan.

Observemos que cuando dos fracciones tienen el mismo numerador, la fracción con el denominador menor tiene un valor mayor.

¿Ahora puedes decir de cuál fracción es mayor?

Trázalo en un dibujo si lo necesitas.

$$\frac{1}{7} \text{ ó } \frac{2}{8} \text{ ó } \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \text{ ó } \frac{3}{9} \quad \frac{4}{5} \text{ ó } \frac{10}{5} \quad \frac{1}{10} \text{ ó } \frac{1}{9}$$

$$\frac{5}{10} \text{ ó } \frac{6}{12} \text{ ó } \frac{6}{7} \quad \frac{1}{10} \text{ ó } \frac{1}{12} \quad \frac{4}{8} \text{ ó } \frac{4}{10}$$

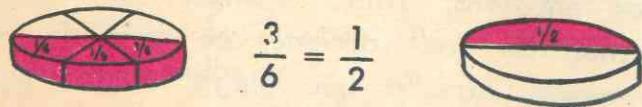
¿Puedes intercambiar los términos de una fracción?

¿Puedes simplificarlos?



Este pastel ha sido cortado en seis pedazos iguales y se han servido 3 pedazos. ¿Qué fracción del pastel queda?

Nancy dijo: "quedaron $\frac{3}{6}$ del pastel". Jenny dijo: "quedó $\frac{1}{2}$ del pastel".



Si observas el dibujo verás que las dos niñas tenían razón. $\frac{3}{6}$ y $\frac{1}{2}$ son fracciones de igual valor.

Se dice que estas fracciones son **equivalentes**. Indica otras fracciones que sean equivalentes a $\frac{1}{2}$

SIMPLIFICACION DE FRACCIONES

Si dividimos los dos términos, numerador y denominador de $\frac{6}{10}$ por 2, obtendremos $\frac{3}{5}$.

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Observamos que el valor de la fracción no se cambia. Resulta otra fracción equivalente.

Luego el numerador y el denominador pueden ser divididos por un mismo número sin cambiar el valor de la fracción. Esto se llama simplificar la fracción.

$$\text{Así: } \frac{4:2}{8:2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$$

Para simplificar una fracción, dividimos el numerador y el denominador por un mismo número.

EJERCICIO:

491. Simplificar las siguientes fracciones:

$$\frac{2}{4} \quad ; \quad \frac{3}{9} \quad ; \quad \frac{12}{10} \quad ; \quad \frac{4}{6} \quad ; \quad \frac{6}{9}$$

$$\frac{4}{8} \quad ; \quad \frac{2}{8} \quad ; \quad \frac{2}{16} \quad ; \quad \frac{2}{8} \quad ; \quad \frac{6}{8}$$

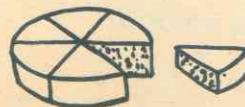
AMPLIFICACION

Si en vez de dividir los dos términos de una fracción por un mismo número, los multiplicamos, decimos que amplificamos la fracción.

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \frac{6 \times 3}{3 \times 3} = \frac{18}{9} \quad \frac{1 \times 5}{5 \times 5} = \frac{5}{25}$$

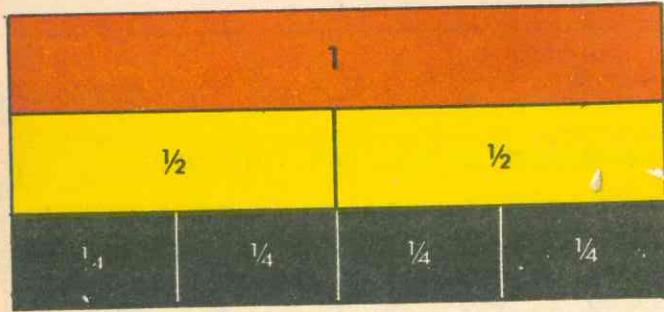
Amplifica por 2 y 3 las fracciones siguientes:

$$\frac{4}{10}, \frac{6}{12}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3}, \frac{9}{7}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{9}, \frac{3}{6}$$



FRACCIONES MAYORES QUE LA UNIDAD

Una fracción nos indica un cociente.



Observemos la fracción $\frac{4}{2}$; equivale a dividir 4 por su denominador 2; obtenemos como cociente 2. Dos es mayor que la unidad.

Esta fracción es **mayor que la unidad**. También se llama **impropia**.

$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{24}{12} = 2$$

FRACCIONES MENORES QUE LA UNIDAD

Observemos la fracción $\frac{3}{5}$; esta fracción indica que de cinco partes en que está dividida la unidad, se han tomado tres. Decimos entonces, que esta fracción es menor que la unidad. Se llama **fracción propia**.

Son menores que la unidad:

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{9}, \frac{3}{10}$$

EJERCICIO:

492. Di cuáles de las fracciones siguientes son mayores que la unidad y cuáles menores:

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{8}{4}, \frac{2}{9}, \frac{12}{6}, \frac{1}{3}, \frac{3}{9}, \frac{4}{2}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$$

FRACCIONES HOMOGENEAS Y HETEROGENEAS

Las siguientes fracciones: $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}$ tienen el mismo denominador. A estas fracciones las llamamos **fracciones homogéneas**.

Las siguientes fracciones son **heterogéneas**:

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}$$

todas tienen denominadores diferentes.

ADICION DE FRACCIONES HOMOGENEAS

En las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{5}{2}$ como todas son **medios**,

bastará sumar los numeradores y la fracción suma nos dará medios.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2}$$

Otros ejemplos:

a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$

b) $\frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$

$$c) \frac{4}{3} + \frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{14}{3}$$

$$d) \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4}$$

EJERCICIOS

Realiza las siguientes sumas:

$$493. \frac{6}{6} + \frac{7}{6} + \frac{9}{6}$$

$$499. \frac{10}{12} + \frac{7}{12} + \frac{8}{12}$$

$$494. \frac{4}{11} + \frac{2}{11} + \frac{3}{11}$$

$$500. \frac{7}{4} + \frac{9}{4} + \frac{6}{4}$$

$$495. \frac{5}{13} + \frac{6}{13} + \frac{13}{13}$$

$$501. \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + \frac{6}{10}$$

$$496. \frac{6}{9} + \frac{7}{9} + \frac{8}{9}$$

$$502. \frac{9}{3} + \frac{6}{3} + \frac{10}{3}$$

$$497. \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{4}{6}$$

$$503. \frac{6}{5} + \frac{7}{5} + \frac{6}{5}$$

$$498. \frac{7}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9}$$

$$504. \frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{10}{10}$$

ADICION DE FRACCIONES HETEROGENEAS

Para sumarlas es necesario convertirlas en fracciones homogéneas, es decir, con igual denominador. Amplifiquemos las fracciones multiplicando cada uno de los numeradores por los denominadores de los demás y luego todos los denominadores entre sí. Obtenemos de esta manera una suma de fracciones homogéneas.

$$\text{Ejemplo: } \frac{1}{3} + \frac{3}{8} = \frac{8+9}{24} = \frac{17}{24}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5} =$$

Operaciones:

$$\text{Primero: } 1 \times 4 \times 5 = 20$$

$$\text{Segundo: } 3 \times 3 \times 5 = 45$$

$$\text{Tercero: } 2 \times 3 \times 4 = 24$$

} Numeradores

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

} Denominador común

$$\frac{20}{60} + \frac{45}{60} + \frac{24}{60} = \frac{89}{60}$$

Para reducir fracciones a un común denominador, se multiplica el numerador de cada una por los denominadores de los demás. Se coloca como denominador común el producto de los denominadores.

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES

La adición de fracciones cumple las mismas propiedades de las demás operaciones.

a) La adición de varias fracciones nos da como resultado otra **fracción**.

b). La adición de fracciones es **Conmutativa**, porque el orden en que se sumen las fracciones no cambia el resultado final.

c). La adición de fracciones puede ser **asociativa**: se

pueden sustituir varios sumandos fraccionarios por uno solo, y el resultado no cambia.

d). El cero continúa siendo un elemento **neutro** en la adición de fraccionarios.

e). También en la multiplicación de fracciones existe un elemento neutro, la unidad, que podemos escribir $\frac{1}{1}$.

EJERCICIOS

Realiza las sumas siguientes y aplica las diversas leyes de la adición.

$$505. \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$$

$$506. \frac{5}{6} + \frac{3}{5} + \frac{2}{7}$$

$$507. \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$$

$$508. \frac{5}{9} + \frac{2}{7} + \frac{4}{5}$$

$$509. \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$$

$$510. \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{7}{16}$$

$$511. \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$$

$$512. \frac{3}{11} + \frac{4}{9} + \frac{2}{5}$$

$$513. \frac{3}{7} + \frac{2}{9} + \frac{1}{8}$$

$$514. \frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$515. \frac{1}{9} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$$

$$516. \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9}$$

$$517. \frac{1}{3} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4}$$

$$518. \frac{2}{10} + \frac{1}{5} + \frac{3}{4}$$

$$519. \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{4}{4}$$

SUSTRACCION DE FRACCIONES HOMOGENEAS

Hallemos la diferencia de las siguientes fracciones:

Observa que son fracciones homogéneas.

$$a) \frac{12}{24} - \frac{8}{24} = \frac{4}{24} \quad b) \frac{10}{18} - \frac{5}{18} = \frac{5}{18}$$

$$c) \frac{10}{4} - \frac{2}{4} = \frac{8}{4} \quad d) \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{2}{2}$$

EJERCICIOS

Hallar la diferencia de las fracciones siguientes:

$$520. \frac{7}{15} - \frac{6}{15} = \quad 525. \frac{2}{7} - \frac{1}{7} = \quad 530. \frac{9}{9} - \frac{5}{9} =$$

$$521. \frac{20}{33} - \frac{15}{33} = \quad 526. \frac{3}{10} - \frac{2}{10} = \quad 531. \frac{18}{20} - \frac{11}{20} =$$

$$522. \frac{3}{18} - \frac{1}{18} = \quad 527. \frac{12}{20} - \frac{6}{20} = \quad 532. \frac{19}{12} - \frac{5}{12} =$$

$$523. \frac{9}{20} - \frac{1}{20} = \quad 528. \frac{9}{30} - \frac{6}{30} = \quad 533. \frac{5}{14} - \frac{2}{14} =$$

$$524. \frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \quad 529. \frac{4}{15} - \frac{2}{15} = \quad 534. \frac{9}{14} - \frac{7}{14} =$$

DIFERENCIA DE FRACCIONES HETEROGENEAS

Observemos las siguientes fracciones: $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{5}$.

Debes reducirlas a un denominador común para poder hallar su diferencia.

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$$

OPERACIONES

$$3 \times 8 = 24$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$8 \times 4 = 32$$

Numeradores

Denominador común

$$\frac{24}{32} - \frac{20}{32} = \frac{4}{32}$$

EJERCICIOS

Halla la diferencia de las fracciones siguientes:

535. $\frac{6}{3} - \frac{5}{4} =$

537. $\frac{18}{2} - \frac{24}{4} =$

543. $\frac{3}{5} - \frac{4}{7} =$

536. $\frac{6}{7} - \frac{3}{4} =$

538. $\frac{15}{6} - \frac{6}{9} =$

544. $\frac{8}{9} - \frac{6}{7} =$

537. $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} =$

539. $\frac{2}{7} - \frac{3}{11} =$

545. $\frac{4}{5} - \frac{4}{9} =$

538. $\frac{4}{5} - \frac{4}{9} =$

540. $\frac{2}{3} - \frac{7}{14} =$

546. $\frac{8}{12} - \frac{9}{14} =$

535. $\frac{10}{11} - \frac{5}{6} =$

541. $\frac{8}{5} - \frac{9}{13} =$

547. $\frac{11}{13} - \frac{7}{11} =$

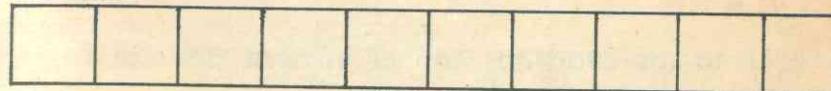
536. $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} =$

542. $\frac{7}{9} - \frac{2}{3} =$

548. $\frac{5}{7} - \frac{3}{5} =$

FRACCIONES DECIMALES

El siguiente cuadro está dividido en 10 partes. Cada una de ellas nos representa una parte de esas 10. Lo indicamos en forma de fracción $\frac{1}{10}$, si tomamos una división; si tomamos 2 divisiones, tendremos $\frac{2}{10}$; si tomamos 3, $\frac{3}{10}$; así hasta $\frac{10}{10}$ que es igual al todo.



$$\frac{1}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{10}{10}$$

A esta clase de fracciones las llamamos **fracciones decimales**.

NUMERO DECIMAL

Para escribir como número decimal $\frac{5}{10}$, escribimos 0,5; $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{1}{100} = 0,01$. Cada vez que aumente un cero en el denominador de la fracción, el número será 10 veces más pequeño; y se le aumentará un cero antes de él.



Escribimos entonces: $\frac{2}{100} = 0,02$ (dos centésimos);

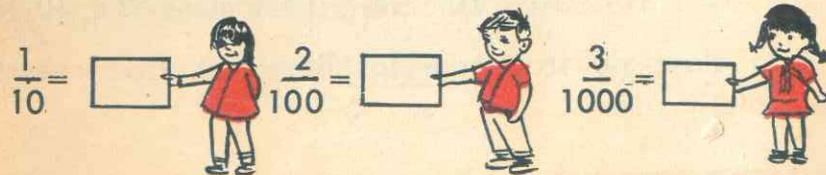
$\frac{3}{100} = 0,03$ (tres centésimos).

$\frac{2}{1.000} = 0,002$ (dos milésimos).

$\frac{1}{1.000} = 0,001$ (un milésimo).

EJERCICIOS

549. Llena los cuadritos con el número decimal correspondiente:



550. Da la fracción correspondiente a los siguientes números decimales:

0,05; 0,018; 0,30; 0,5;
0,001; 0,50; 0,90

551. Da el número decimal correspondiente a las siguientes fracciones:

$\frac{5}{1.000}$ $\frac{7}{1.000}$ $\frac{4}{10.000}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{9}{10}$
 $\frac{18}{1.000}$ $\frac{2}{1.000}$ $\frac{25}{100}$ $\frac{50}{100}$

OPERACIONES CON DECIMALES

Para sumar números decimales tenemos en cuenta, al realizar la operación, que la coma esté colocada debajo de la cifra correspondiente. Lo mismo para la sustracción.

CENTENA	DECENA	UNIDAD	décima	centésima	milésima
		5,	8		
		5,	8	0	
		5,	8	0	0

Adiciones:

$$\begin{array}{r}
 0,5 \\
 + 0,1 \\
 \hline
 0,6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,60 \\
 + 0,50 \\
 \hline
 1,10
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,75 \\
 + 0,25 \\
 \hline
 1,00
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,125 \\
 + 3,4 \\
 \hline
 3,525
 \end{array}$$

EJERCICIOS

Sumar:

552. $0,38 + 0,72 + 0,81 + 0,20 + 0,36 + 0,56 + 0,21$
553. $0,315 + 0,472 + 3,825 + 34,321 + 4,21$
554. $42,36 + 57,64 + 7,28 + 1,38 + 32,67$
555. $28,36 + 315,18 + 112,36 + 1,25 + 6,30$

$$556. 123.19 + 11.36 + 19.45 + 6.43 =$$

$$557. 12.686 + 4.469 + 232.467 =$$

Sustracciones:

0,2	0,3250	4,6939
-0,1	-0,2130	-0,6431
0,1	0,1120	4,0508

Cuando existen menos cifras decimales en el minuendo que en el sustraendo, por cada una del sustraendo colocamos un cero, así:

124,15	124,15 0000
-21,456321	-21,45 6321
	102,69 3679
36,45	36,4500
-1,2345	-1,2345
	35,2155

EJERCICIOS

Hallar la diferencia entre:

558. 4,262 - 2,136	560. 3,2136 - 1,268	
559. 59,625 - 50,636	561. 2,132 - 1,2682	
562. 9,75	563. 10,45	564. 15,5
- 6,25	- 8,65	- 7,65
565. 25	566. 52,69	567. 57,92
- 8,25	- 9,625	- 29,75

568. 945,78	569. 540,973	570. 67,890
- 875,45	- 79,045	- 61,991
571. 233,25	572. 37,092	573. 63,75
- 88,50	29,486	- 23,95
574. 19,625	575. 240,70	576. 80,735
- 8,941	- 98,85	- 75,643

MULTIPLICACION

Se procede de igual modo que con los enteros teniendo en cuenta el número de cifras decimales de los factores, para luego separarlas contando de izquierda a derecha.

0,232	
x 1,3	
0696	
232	
0,3016	cuatro cifras decimales

Cuando el número de cifras decimales, por ejemplo en el caso anterior, es mayor que las cifras del producto, colocamos un 0 por cada una de ellas.

Recordemos que cada una de estas cifras tiene su puesto especial: unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas, centésimas debajo de centésimas, etc.

CENTENA	DECENA	UNIDAD	décima	centésima	milésima	diezmilésima	cienmilésima	millonésima
		0,	2	3	2			
		1,	3					
		0,	3	0	1	6		

EJERCICIOS

Hallar el producto de:

577. $42,64 \times 2,4$

578. $7,21 \times 3,25$

579. $6,421 \times 6,43$

580. $24,68 \times 26,1$

581. $4,4568 \times 1,25$

582. $26,8 \times 4,16$

583. $1,23 \times 6,2$

584. $72,180 \times 1,42$

RESUMEN

1. Toda fracción indica una **división**.
2. Toda fracción consta de dos números: el **numerador** y el **denominador**.
3. Una fracción puede ser menor que la unidad, cuando el numerador es menor que el denominador; es una **fracción propia**.

4. Cuando el numerador es mayor que el denominador, la fracción es mayor que la unidad; es una **fracción impropia**.
5. Si el numerador y el denominador fueran iguales, se dice que es una **fracción aparente**.
6. Las fracciones que tienen el mismo denominador, se llaman **fracciones homogéneas**.
7. Las fracciones que tienen distinto denominador son **fracciones heterogéneas**.
8. Para sumar fracciones se necesita que todas sean fracciones homogéneas.
9. Para sumar fracciones heterogéneas, se reducen a homogéneas multiplicando cada uno de los numeradores por los denominadores de los demás. El denominador común resulta de multiplicar todos los denominadores entre sí. Luego se suman.
10. Las fracciones decimales tienen por denominador la unidad seguida de ceros.

EVALUACION (Para hacer en el cuaderno de trabajo)

585. Completar:

- a). Los números fraccionarios indican _____
- b). Fracción propia es _____
- c). Fracción impropia es _____
- d). Fracción aparente es _____
- e). Las fracciones constan de dos números llamados _____
- f). El numerador es _____

g). El denominador es _____

Realiza las operaciones siguientes:

Sumar:

586. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{7}{5}$ 589. $\frac{9}{10} + \frac{7}{10} + \frac{2}{10}$ 592. $\frac{7}{9} + \frac{1}{9} + \frac{16}{9}$

587. $\frac{2}{7} + \frac{1}{6} + \frac{2}{4}$ 590. $\frac{6}{4} + \frac{2}{7} + \frac{3}{8}$ 593. $\frac{39}{5} + \frac{1}{8} + \frac{6}{3}$

588. $\frac{3}{8} + \frac{3}{5}$ 591. $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} + \frac{7}{5}$ 594. $\frac{3}{9} + \frac{1}{5} + \frac{6}{4}$

Aplica la ley asociativa de diversa manera.

595. $\frac{2}{6} + \frac{1}{4} + \frac{7}{5}$ 602. $\frac{2}{4} + \frac{1}{5} + \frac{8}{8}$ 607. $\frac{7}{3} + \frac{2}{2} + \frac{6}{8}$

596. $\frac{4}{5} + \frac{6}{8} + \frac{9}{4}$ 603. $\frac{2}{6} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$ 608. $\frac{3}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$

597. $\frac{4}{5} + \frac{1}{8} + \frac{3}{4}$ 604. $\frac{3}{6} + \frac{1}{4} + \frac{6}{5}$ 609. $\frac{7}{9} + \frac{2}{4} + \frac{1}{10}$

598. $\frac{3}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$ 605. $\frac{4}{5} + \frac{1}{4} + \frac{3}{6}$ 610. $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{6}{3}$

599. $\frac{7}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$ 606. $\frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{6}{5}$ 611. $\frac{3}{3} + \frac{1}{10} + \frac{7}{5}$

600. $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{6}{8} + \frac{9}{3}$ 612. $\frac{2}{4} + \frac{2}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{7}$

601. $\frac{4}{5} + \frac{3}{8} + \frac{6}{5} + \frac{2}{9}$

Hallar la diferencia:

613. $\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$ 618. $\frac{12}{6} - \frac{5}{7}$ 623. $\frac{9}{7} - \frac{3}{4}$ 627. $\frac{7}{8} - \frac{2}{9}$

614. $\frac{9}{4} - \frac{1}{8}$ 619. $\frac{7}{4} - \frac{1}{8}$ 624. $\frac{2}{9} - \frac{1}{5}$ 628. $\frac{15}{4} - \frac{6}{3}$

615. $\frac{2}{10} - \frac{1}{9}$ 620. $\frac{7}{3} - \frac{1}{6}$ 625. $\frac{4}{9} - \frac{1}{7}$ 629. $\frac{6}{5} - \frac{2}{9}$

616. $\frac{7}{4} - \frac{6}{10}$ 621. $\frac{10}{7} - \frac{2}{4}$ 626. $\frac{4}{6} - \frac{1}{5}$ 630. $\frac{7}{7} - \frac{3}{9}$

617. $\frac{9}{4} - \frac{1}{5}$ 622. $\frac{4}{5} - \frac{1}{3}$

PROBLEMAS:

631. Oscar vive a $\frac{1}{5}$ kilómetro del colegio y Patricia a $\frac{1}{7}$ kilómetro del mismo lugar, ¿cuál de los niños vive más lejos?

632. Luis toma los $\frac{4}{9}$ de un pan y su hermana los $\frac{5}{9}$ ¿quién toma más pan de los dos?

633. Un pastel ha sido cortado en 8 partes iguales y se han servido cuatro, ¿qué fracción del pastel quedó?

634. Si de $\frac{3}{4}$ de libra de mantequilla se saca $\frac{1}{2}$ libra, ¿cuánta queda?

635. Un papá lleva drill para hacer un vestido a cada uno de sus dos hijos; el mayor necesita 2 metros $\frac{1}{7}$; el menor $\frac{4}{3}$ de un metro. ¿Cuánta tela tuvo que comprar?
636. Un carro consume en el primer día 7 galones y $\frac{2}{9}$ de gasolina; el segundo día 4 galones. ¿Cuántos galones consume en los dos días?
637. A una familia llevan el primer día 2 litros $\frac{3}{4}$ de leche; el segundo día 1 litro $\frac{4}{8}$ y el tercer día 3 litros $\frac{1}{2}$. ¿Cuántos litros de leche llevaron a esa familia en los tres días?
638. Un ciclista va de una población a otra en 2 días. El primer día recorre 40 km $\frac{3}{4}$; el segundo día 37 km $\frac{5}{8}$. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?
639. Tres obreros se han empleado en una misma obra; el primero trabajó 18 horas $\frac{1}{4}$; el segundo 13 horas $\frac{2}{3}$; y el tercero 15 horas $\frac{1}{2}$. ¿Cuántas horas han trabajado entre todos?

640. Luis tiene 14 años $\frac{3}{5}$; su hermano Manuel tiene 2 años $\frac{1}{5}$ menos. ¿Qué edad tiene este?
641. Un obrero ha trabajado dos días; el primero durante 8 horas $\frac{3}{4}$, y el segundo durante 6 horas y $\frac{1}{2}$. ¿Cuántas horas duró su trabajo?
642. Dos piezas de tela miden: la primera 60 mts. $\frac{3}{5}$; la segunda 43 mts. $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es la diferencia entre las dos piezas de tela?
643. Dos vasijas tienen: la primera 7 litros $\frac{4}{9}$ de agua y la segunda 5 lts. $\frac{3}{8}$. ¿Cuánta más agua hay en la primera vasija que en la segunda?
644. ¿Cuál es la diferencia entre dos cuerdas, si una de ellas tiene 6 mts. $\frac{5}{8}$ y la otra 8 mts. $\frac{5}{7}$?
645. Un niño reparte chirimoyas entre 3 de sus amiguitos: al primero le da 1 chirimoya $\frac{3}{8}$; al segundo 1 y media; al tercero $\frac{5}{4}$ de chirimoyas y el

se come $\frac{7}{8}$ de una chirimoya. ¿Cuántas chirimoyas se comen entre los cuatro?

646. En una partida de Fútbol un jugador recibe un pase a 14 metros $\frac{3}{5}$ de la portería contraria; adelanta 3 metros $\frac{3}{7}$ y chuta; el arquero coge el esférico a 11 metros $\frac{3}{5}$ de donde se hizo el chute; diga si hubo o no gol.

647. Una familia recibe \$ 128,50 por el trabajo de una semana; ha gastado \$ 23,25 en pan; \$ 36,50 en carne y \$ 49,35 en otros comestibles. ¿Qué cantidad le queda a esta familia?

648. ¿Cuánto le queda a un obrero que ha recibido \$ 680,00 por un mes de trabajo, si ha gastado \$ 248,00 en su mantenimiento, \$ 120,00 en su alojamiento, \$ 145,60 en ropa y \$ 117,45 en otros gastos?

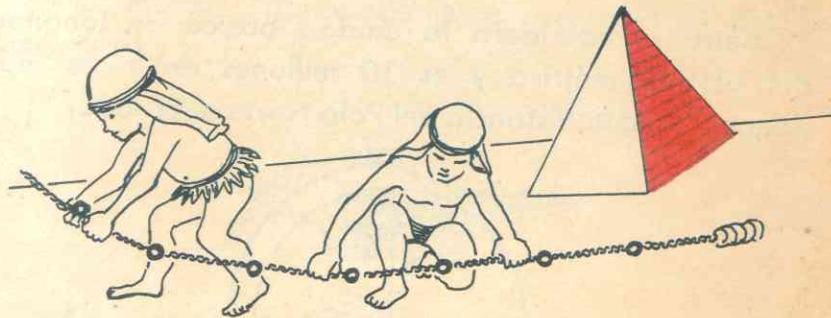


UNIDAD 9

LAS MEDIDAS

LA HISTORIA DE LAS MEDIDAS

En la antigüedad, la gente usaba partes de su cuerpo como unidades de medida, tales como el **codo**, el **pie** y la **pulgada**. Pero estas medidas eran confusas, porque dos personas no tienen la misma medida en sus manos o en sus pies.



Primitivos modos de medir

Cuando la civilización estuvo más avanzada, fue necesario utilizar medidas iguales para todos.

Hoy cuando decimos "un pie", todos pensamos en una medida exacta para todos los casos.

El codo era la distancia que hay del codo al extremo de los dedos. Dice la Sagrada Biblia que cuando Noé construyó el arca, la hizo de **300 codos de largo, 50 codos de ancho y 30 codos de alto**.

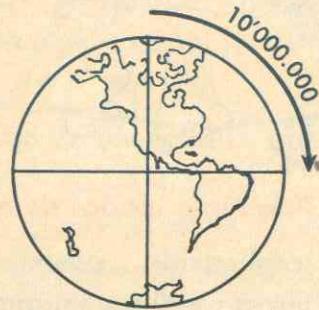
EL SISTEMA METRICO DECIMAL

Los desacuerdos eran tan frecuentes que finalmente se reunieron los científicos franceses con representantes de diferentes países para establecer un congreso internacional de unidades de medición.

Así se originó el **sistema métrico decimal**.

El patrón de medidas de longitud se estableció midiendo la distancia entre el Polo Norte y el Ecuador. Se dividió esta distancia por 10 millones y se obtuvo el **metro**.

El metro se considera la unidad básica de longitud del sistema métrico y es 10 millones de veces más pequeño que la distancia del Polo Norte al Ecuador.



EJERCICIOS

- Construye con cartón, madera o alambre un metro tomando otro como patrón.
- Construye con 10 tiras de cartones iguales un metro de doblar.
- A cada tira ponle un número, comenzando por 1, 2, 3... hasta 10.

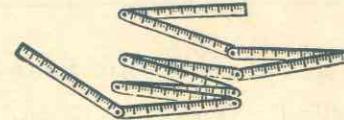
LAS DIVISIONES DEL METRO:

Observa ahora la regla que comúnmente usas: tiene divisiones. ¿Recuerdas la recta numérica con la cual trabajaste en los cursos anteriores?

En el metro cada división pequeña es un **centímetro** y con 100 centímetros se completa un **metro**.

Una longitud 100 veces mayor que **1 centímetro** es un metro y **un centímetro** será 100 veces más pequeño que el metro.

(Para escribir abreviadamente centímetro, escribimos **cm**)



Las divisiones del metro se llaman **submúltiplos del metro**. El centímetro es un submúltiplo del metro y es su **centésima parte**.

EJERCICIOS

- ¿Cuántos centímetros de largo mide tu mano derecha?
- ¿Cuántos centímetros de largo mide tu pupitre, tu cuaderno, tu libro, tu regla?
- ¿De cuántos cm es tu lápiz?

SUBMULTIPLS

A la longitud de 10 cm. la llamamos **decímetro**. Observa en el metro los **decímetros**.

¿Cuántos decímetros tiene? Si cada 10 centímetros es un **decímetro**, el metro tendrá **diez decímetros**.

$$\frac{1}{10} \text{ parte del metro} = 1 \text{ decímetro (dm).}$$

$$\frac{1}{100} \text{ parte del metro es un centímetro (cm).}$$

1 metro = 10 decímetros = 100 centímetros = 1000 milímetros.
--

Observa ahora que el centímetro tiene 10 divisiones.

Un decímetro tendrá 100 divisiones de éstas y el metro 1000. Estas divisiones son los **milímetros**.

Un milímetro es por tanto $\frac{1}{1000}$ del metro. Escribimos **milímetro** abreviadamente: mm.

Cuando escribimos las medidas de longitud usamos el sistema de numeración decimal, como en las fracciones decimales.

Así, 8 metros, y	3 decímetros = 8,3 metros.
3 metros, y	5 centímetros = 3,05 metros.
2 metros, y	4 milímetros = 2,004 metros.
5 metros, y	342 milímetros = 5,342 metros.

La primera cifra después de las unidades, equivale a las décimas o decímetros; la segunda a las centésimas o centímetros; la tercera a los milésimos o milímetros.

EJERCICIOS

649. Construye con cartones de 10 cm un metro dividido en milímetros, centímetros y decímetros.

Diga cuántos m son 200 dm _____

Diga cuántos dm son 50 cm _____

Diga cuántos mm son 100 cm _____

650. Léanse los números siguientes :

0,1 m	1,2 m	12,25 m
0,25 m	7,042 m	42,723 m
0,507 m	5,01 m	325,05 m
0,008 m	6,005 m	100,014 m

651. Suma las tres columnas de números del ejercicio anterior.

MULTIPLS

Para medir longitudes mayores se requieren medidas 10, 100, 1000 y 10.000 veces mayores que el metro. Se necesitan múltiplos del metro.

10 metros es un **Decámetro** (deca, significa diez).

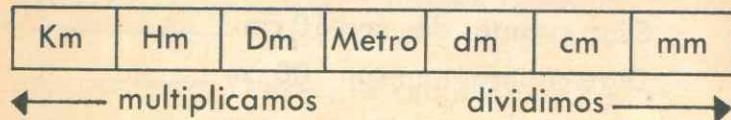
100 metros es un **Hectómetro** (hecto, significa cien).

1.000 metros es un **Kilómetro** (kilo, significa mil).

10.000 metros es un **Miriámetro** (miria, significa diez mil).

Los múltiplos del metro son: el **Decámetro**, **Hectómetro**, el **Kilómetro** y el **Miriámetro**. Las formas abreviadas de los múltiplos se escriben con mayúscula, así:

- Decámetro = Dm
- Hectómetro = Hm
- Kilómetro = Km
- Miriámetro = Mm



Sobre esta recta podemos guiarnos para convertir unas unidades en otras. Dividimos por 10 cada vez que corremos un lugar hacia la izquierda o multiplicamos por 10 por cada lugar que se corra hacia la derecha.

Así, el número 21,35 metros lo podemos convertir en 213,5 decímetros, o también 2,135 Decámetros.

Podemos convertir Kilómetros a metros, Hectómetros a metros, Decámetros a metros y a cualquier unidad dentro del **sistema métrico decimal**.

Ejemplos:

1. Convertir 5 Dm a metros.

Como 1 Decámetro tiene 10 metros, 5 Decámetros tendrán 50 metros.

2. Convertir 15 Hm a metros.

Como un Hm tiene 100 metros, 15 serán $15 \times 100 = 1500$ metros.

EJERCICIOS

652. Haz las reducciones siguientes:

- 15 Km a m
- 17 Km a m
- 18 Km a m
- 19 Mm a Hm
- 25 Hm a m
- 20 m a Dm
- 30 Km a m
- 160 m a Dm
- 45 Hm a Dm
- 45 Hm a m
- 25 m a Dm
- 16 Dm a m
- 45 Mm a Km
- 25 Mm a m
- 25 Mm a Km

653. Tomando como unidad:

Km, escribir: 5 Km 0 Dm 5 m 3 dm _____

m, escribir: 3 Km, 3 Dm _____

m, escribir: 5 Mm 2 Hm 3 m _____

m, escribir: 18 m 3 dm 5 cm _____

654. Tomando como unidad:

dm, escribir: 3 cm 5 mm _____

cm, escribir: 18 m 3 dm 5 cm _____

655. Convertir:

- 636 m a Dm
- 1684 m a Hm
- 393 Dm a Hm
- 79321 Km a Mm
- 13694 Hm a Km
- 68321 Hm a Dm
- 968 Hm a m

Para mayor facilidad en tus operaciones, recuerda que para convertir en el sistema decimal una unidad menor en una mayor, cada vez que se corra un lugar hacia la izquierda, se divide por diez; o se multiplica por diez, cuando se corre un lugar a la derecha.

656. Convertir:

$$5 \text{ m a dm } 5 \times 10 = 50 \text{ dm.}$$

$$2 \text{ dm a cm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 6 \text{ cm a mm } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 \text{ m a dm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 15 \text{ m a dm } = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$16 \text{ m a dm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \text{ Dm a m } = \underline{\hspace{2cm}}$$

657. Ahora haremos lo contrario:

$$5 \text{ m a Dm } = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ Dm}$$

$$8 \text{ m a Hm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 5 \text{ Hm a Km } = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \text{ Dm a Hm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 6 \text{ m a Dm } = \underline{\hspace{2cm}}$$

658. Trabajemos con números mayores:

$$525 \text{ m a dm } = 525 \times 10 = 5250 \text{ dm}$$

$$11 \text{ m a cm } = 11 \times 100 = 1100 \text{ cm}$$

$$263 \text{ m a mm } = 263 \times 1000 = 263.000 \text{ mm}$$

$$53704 \text{ Dm a m } = 53704 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}} / 10 \text{ m}$$

659. Puedes ahora convertir:

$$2.368 \text{ m a cm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 3.625 \text{ m a dm } = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3.943 \text{ m a dm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 768 \text{ Dm a m } = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$963 \text{ Hm a Dm } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 625 \text{ Hm a m } = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$625 \text{ Km a m } = \underline{\hspace{2cm}} \quad 325 \text{ Mm a Km } = \underline{\hspace{2cm}}$$

PULGADAS, PIES Y YARDAS

Luisa tiene una muñeca que le regalaron en Navidad; estaba pegada a un cartón que decía 15", que significa 15 pulgadas. Llegó al colegio y le preguntó a su maestro lo que esto significaba. Ella escribió lo siguiente en el tablero:

156

$$\begin{array}{l} 12 \text{ pulgadas} = 1 \text{ pie} \\ 3 \text{ pies} = 1 \text{ yarda} \\ 36 \text{ pulgadas} = 1 \text{ yarda} \end{array}$$

Ricardo dijo: esa muñeca tiene 3 pulgadas más que un pie.

¿Estaba en lo correcto? Sí. Comprueba por qué.

Si Luis y Rosa tienen 60 pulgadas de altura, ¿cuántos pies de altura tienen ellos?

$$60: 12 = 5 \text{ pies.}$$

RELACION CON EL SISTEMA METRICO

La yarda, el pie, y la pulgada tienen su equivalencia en el sistema métrico.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ yarda} = 9 \text{ decímetros} = 90 \text{ centímetros} = 900 \text{ mm.} \\ 1 \text{ pie} = 30 \text{ centímetros} = 300 \text{ mm.} \\ 1 \text{ pulgada} = 2.5 \text{ centímetros} = 25 \text{ mm.} \end{array}$$

Podemos saber cuántos centímetros son 7 yardas de tela, multiplicando estas yardas por el número de centímetros de cada una, así:

$$7 \times 90 \text{ cm} = 630 \text{ centímetros.}$$

Diga:

¿Cuántos cm son 50 pies?

157

- ¿Cuántos mm son 36 yardas? _____ ¿y en cm? _____
 ¿Cuántos cm son 760 yardas? _____
 ¿Cuántos cm son 96 pies? _____

RESUMEN

El metro es la unidad básica de longitud del Sistema Métrico, y es 10 millones de veces más pequeña que La distancia del Polo Norte al Ecuador.

Los submúltiplos del metro son: decímetro = dm, es la $\frac{1}{10}$ parte del metro; centímetro = cm, $\frac{1}{100}$, una centésima parte del metro; mm es $\frac{1}{1000}$ y es la milésima parte del metro.

Los múltiplos del metro son:

El Decámetro = Dm = 10 metros.

El Hectómetro = Hm. = 100 metros.

El Kilómetro = Km = 1000 metros.

El Miriámetro = Mm = 10.000 metros.

EVALUACION (Para hacer en el cuaderno de trabajo)

660. Convertir:

975 Hm a Km

767 Hm a Dm

915 Km a Dm

75 m a Dm

1767 m a Dm

7687 Hm a Km

728 Mm a Dm

180 Km a m

680 Dm a m

97678 Km a Dm

795 Dm a Km

636 dm a m

661. Tomando como unidad, la indicada, reduce:

m 8 m, 45 cm, 16 cm _____

cm 10 dm, 4 cm, 15 mm _____

Dm 38 Dm, 15 dm _____

Hm 3 Hm, 16 Dm _____

Km 4 Km, 16 Hm _____

dm 3 m, 15 dm, 16 cm _____

662. ¿Cuántos cm son 73 yardas? ¿Y cuántos mm?

663. ¿Cuántos cm son 38 metros?

664. ¿Cuántos mm son 9 metros?

PROBLEMAS

665. Si un metro de tela cuesta \$ 15,00 ¿cuánto cuesta un decímetro?

666. ¿Cuánto cuestan 10 m. de paño, si un metro cuesta \$ 15,50?

667. De la casa de Fernando a la casa de Carlos, hay 9 decámetros. Expresa esta distancia en metros.

668. El patio de la casa es cuadrado y cada lado mide 10 metros. Dígame su perímetro.

669. La huerta vecina tiene la forma de un rectángulo; dígame su perímetro, si un lado tiene 15 metros y el otro 10 metros.

670. Cuando un metro de una obra cuesta \$ 20,00 ¿cuánto cuestan 2 decímetros?

671. Si un metro de cinta cuesta \$ 1,80, ¿cuánto cuestan 3 decímetros?

672. Un obrero que debía hacer 32 m de una obra, ha hecho ya los 16,75 m y 8,25 m. ¿Cuánto le falta aún por hacer?
673. Un tren recorre 7 Km por minuto. ¿Cuántos km recorre por hora?
674. Dos trenes salen de un mismo punto y andan en sentido contrario. Cuando el primero haya recorrido 472 Km y el segundo 25 Mm, dígame la distancia que los separa, en Km, en Dm y en Hm
675. Un carro que debe recorrer 450 Km anda con la velocidad de 92 Km por hora. Dígame el camino que habrá recorrido en 3 horas y lo que le falta todavía para llegar.
676. Un campo tiene 7,5 Decámetros de longitud y 30 mts. de ancho. ¿Cuál es su perímetro?
677. A un campo rectangular de 8Hm y 5 m de longitud y 52 Dm y 3 m de anchura se le pone un cercado de alambre en 4 líneas, que valen a \$ 1.00 el m. Calcúlese el costo del alambre.
678. Un automóvil recorre de Bogotá a Facatativá 40 Km, luego a Sasaima 39 Km, y luego a Honda 83 Km; cuánto ha recorrido en Kms?
679. El domingo pasado fuimos con papá hasta Paipa (192 Km); de vuelta recorrimos 29 Km más. ¿Cuál fue lo recorrido de ida y regreso?

UNIDAD 10

CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD



¿Has observado en un día de sol, la sombra que proyectas en el suelo? Si estuvieras con otra persona más alta, tu sombra sería más corta y la de tu amigo más larga, porque el tamaño de las sombras son **proporcionales** a las estaturas.

Cuando vas de compras primero piensas en la cantidad de dinero que tienes porque sabes que haces **más compras** si tienes **más dinero**; hay **proporcionalidad** entre tu dinero y las compras.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Si tienes \$ 100.00 podrías comprar más cosas de \$ 10.00 que si tuvieras \$ 50.00. Estas cantidades son **directamente proporcionales**.

Puedes fácilmente averiguar:

¿Cuánto te cuestan 10 barras de chocolate a \$ 1.00 cada barra? Te costarán \$ 10.00. ¿Y cuánto te costarán 15 lápices a \$ 0.20 (veinte centavos) cada uno? Si 1 me costó \$ 0.20, 15 me costarán esas veces más o sea:

$$\begin{array}{r} 0,20 \\ \times 15 \\ \hline 100 \\ 20 \\ \hline \$ 3,00 \end{array}$$

REGLA DE TRES

Para realizar esta clase de problemas, primero distribuimos los datos. En el problema segundo tendremos:

1 lápiz me costó \$ 0,20
15 lápices... x (x: lo que vamos a averiguar)

OPERACIONES:

$$15 \times 0,20 = \$ 3.00$$

PROBLEMA

Un perrito me costó \$ 150.00, ¿cuánto me costarán 3?

1 perrito me costó \$ 150.00
3..... x (cuánto me costarán)

$$150 \times 3 = \$ 450.00$$

10 cuadernos me costaron \$ 50.00, ¿Cuánto me costará 1?

Sabemos de antemano que al comprar uno nos costará 10 veces menos. Necesitamos hacer una división.

$$50,00 : 10 = \$ 5,00$$

PROBLEMAS

680. Seis sombreros cuestan \$ 180.00, el precio de uno es...? y el de 10?

681. Ocho cajas de cigarrillos valen \$ 186.00, una vale... y 5 valdrán...

682. Un balón me costó \$ 118,00 ¿Cuánto me costarán 2 balones?

683. Si tres figuras para tu álbum costaron \$ 0.45, ¿cuánto te costó 1?

684. Si 5 lápices te costaron \$ 5.00, ¿cuánto te costó 1?

685. Si un vestido te costó \$ 130.00, ¿cuánto te costará media docena?

686. Si tengo \$ 5.00 y quiero comprar 6 lápices de \$ 1.00 cada uno, ¿Podré comprarlos?

687. 4 libros de cuentos me valen \$ 80.00, ¿cuánto valdrá 1?

688. Si un pasaje en bus vale \$ 0.50, ¿cuánto valdrán 4 pasajes?

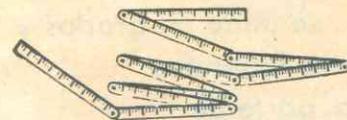
689. Tres metros de tela valen \$ 360.00, un metro vale... y 15 metros valdrán...
690. Para recorrer 624 km un avión gasta 3 horas; en una hora el mismo avión recorre...; en 5 horas recorre...; en media hora recorre... y en 10 horas recorre...
691. En seis días una modista hace 18 camisas; en un día hace...; en 15 días hará... y en 30 días hará...
696. Cuando 4 sombreros se compran en \$ 240,00, ¿en cuánto se comprará una docena?
697. Un automóvil recorre 500 Km en 12 horas. ¿Cuánto recorrerá en 4 horas?
698. En 20 días un obrero gana \$ 480,00. ¿Cuánto ganará en 35 días?
699. Si prestando dinero me pagan \$ 2,00 por cada \$ 100,00, ¿cuánto ganaré si presto \$ 3.000,00?

RESUMEN

1. A una estatura mayor corresponde una sombra más larga, decimos que son proporcionales la estatura con la sombra.
 2. Dos cantidades son directamente proporcionales cuando si la una se hace mayor, la otra también.
700. En 12 días un obrero gana \$ 216,00. ¿Cuánto ganará en 20 días?
701. Si para hacer tres problemas necesito 15 minutos, ¿cuánto tiempo podré necesitar para resolver 10 problemas más o menos semejantes?

PROBLEMAS

692. La docena de huevos está a \$ 8,00. ¿Cuánto valdrán 8 huevos?
693. Si por 45 Kg de carne se pagan \$ 382,00 ¿Cuánto se pagará por 90Kg?
694. Se reciben 24 litros de leche por \$ 30,00, ¿cuántos litros se recibirán por \$ 40,00?
695. Si 14 metros de paño cuestan \$ 350,00, ¿cuánto costarán 20 metros?

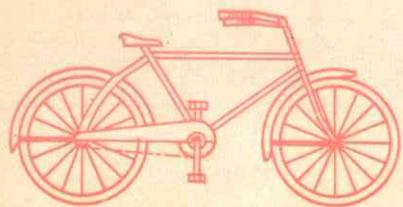


UNIDAD 11

LA CIRCUNFERENCIA

PROPIEDADES

Coloca la punta del compás en tu cuaderno y marca una serie de puntos alrededor. Cualquiera de estos puntos está a una misma distancia del punto fijo que marca el compás. A este conjunto de puntos equidistantes (a una misma distancia) lo llamamos **circunferencia**. El punto fijo se denomina centro de la circunferencia, y la distancia del **centro** de la circunferencia a cualquier punto de la misma se llama **radio**. Habías observado los radios de las ruedas de las bicicletas son iguales, es decir, están a una misma distancia del centro a un punto



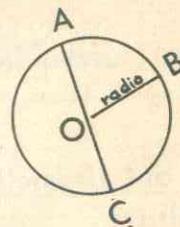
La **circunferencia** se mide en grados y vale 360° ; al dividirla en 4 partes llamadas **cuadrantes**, cada uno de ellos valdrá la 4a. parte de 360°

Cada cuadrante vale 90° (noventa grados)

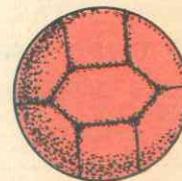
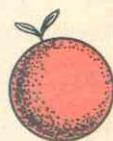
$$90^\circ \times 4 = 360^\circ$$

Circunferencia es la línea curva y cerrada cuyos puntos equidistan del centro. A la superficie limitada por la circunferencia la llamamos **círculo**.

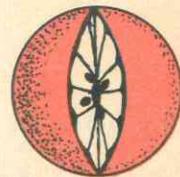
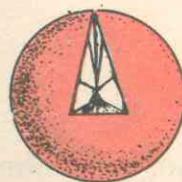
Los **diámetros** dividen el círculo, pasando por el centro; unen puntos opuestos de la circunferencia.



Observa una naranja, una pelota, un balón; tienen forma de **esfera**. Todos sus puntos están a igual distancia de un punto interior, llamado **centro**.



Cuando dividimos una naranja, de la cáscara al centro, cada uno de los fragmentos se llama **cuña esférica**.



EJERCICIOS

702. ¿Qué diferencia encuentras entre circunferencia, esfera y círculo?
703. Traza varias circunferencias con el mismo centro y distinto radio. (**Concéntricas**).
704. Traza una circunferencia y con el mismo radio tra-

za otras dos en puntos opuestos de la primera circunferencia. (Tangentes).

705. Traza dos diámetros perpendiculares. Mide los ángulos formados.

706. Une los extremos de dos diámetros perpendiculares. ¿Qué figura resulta?

707. Valiéndote de la figura anterior, idea la manera de trazar un polígono de 8 lados.

708. Toma la medida del radio con un compás y divide con esa medida la circunferencia. Dibuja un polígono de 6 lados.

709. Valiéndote del diseño anterior, traza un triángulo equilátero dentro de la circunferencia.

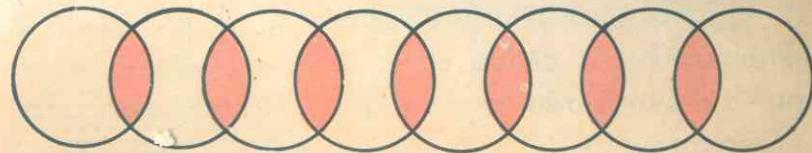
RESUMEN

1. Los puntos equidistantes de un punto fijo dado lo llamamos **circunferencia**. El punto fijo lo llamamos **centro de la circunferencia**.
2. La superficie interior de la circunferencia es el **círculo**.
3. El **diámetro** une puntos opuestos de la circunferencia.
4. Una **esfera** es un sólido cuyos puntos equidistan de un centro.
5. La circunferencia tiene cuatro **cuadrantes** de 90° .

EVALUACION (Para hacer en el cuaderno de trabajo)

710. Completar:

1. Circunferencia es _____
2. Esfera es _____
3. Círculo es _____
4. Diámetro es _____
5. Radio es _____
6. Para medir la circunferencia se usan las medidas de _____
7. Para medir el círculo se usan las medidas de _____
8. Para medir la esfera se usan las medidas de _____

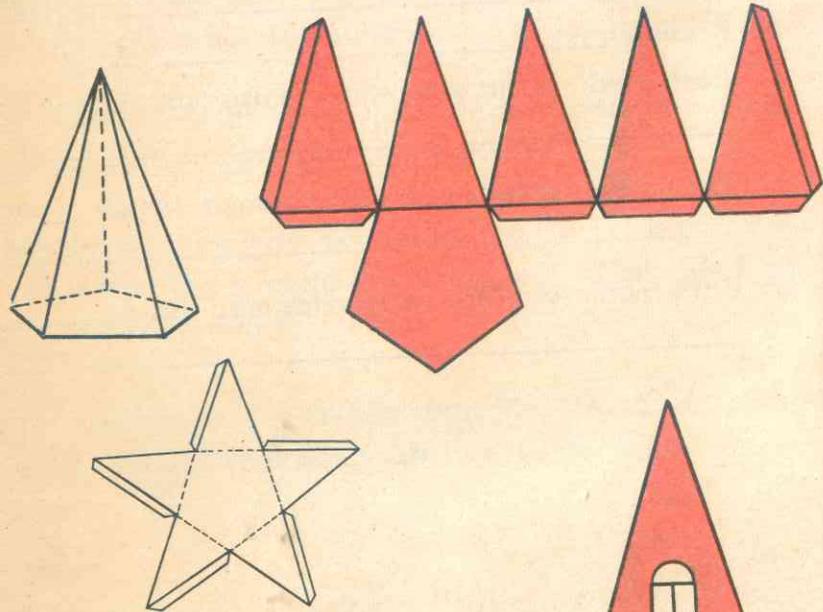


UNIDAD 12

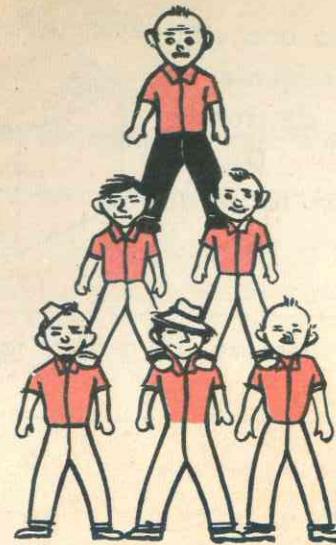
OTRAS FIGURAS GEOMETRICAS

LA PIRAMIDE

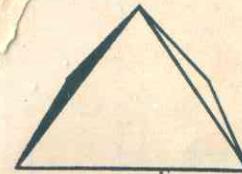
Con un pedazo de cartulina realiza la siguiente figura:



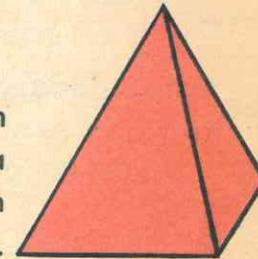
Algunas veces habrás observado algunas iglesias cuyos techos terminan hacia arriba como la punta del grabado: decimos que tienen forma de **pirámide**.



En el circo habrás visto que con varios hombres forman la **pirámide** humana.



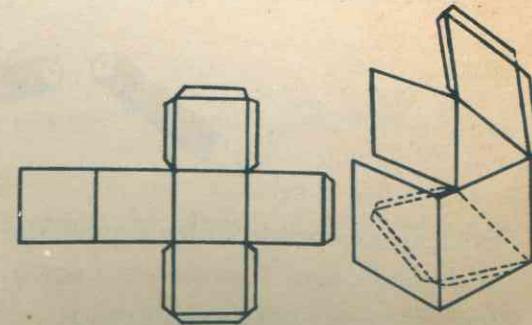
Existen unas figuras en piedras con esta forma que son famosas, son las **Pirámides** de Egipto.



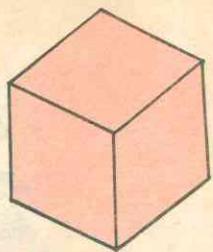
Su superficie se compone de **caras triangulares planas**, que concurren en un punto llamado **vértice**. La cara sobre la que se apoya se llama **base**.

CUBO

Ahora con un pedazo de cartulina realiza la siguiente figura.



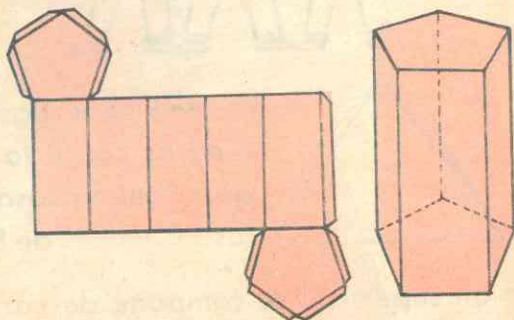
Un **cuerpo geométrico** como una caja con todos sus lados y caras iguales se llama **cubo**. Cada lado de forma cuadrada se llama **cara**. Donde descansa la figura, **base**. Los lados de las cuadradas, **aristas**.



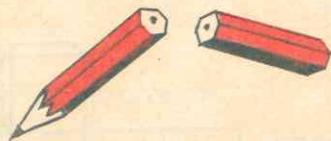
El cubo tiene 6 caras cuadradas. 12 aristas iguales y 8 vértices.

PRISMA

Con un pedazo de cartulina, realiza la siguiente figura:



Si cortas un pedazo de lápiz como el de la figura, tendremos la idea de un prisma.



Está comprendido entre superficies **cuadrangulares** como el de la figura, **triángulos**, **pentágonos** (5 lados) que son sus **bases**; sus caras son planas y son paralelas.

Practiquemos:

Da dos ejemplos de objetos con forma de **pirámide**.

Da tres ejemplos de objetos con forma **cúbica**.

Dados ejemplos de objetos con forma de **prisma**.

Con la ayuda de tu regla traza un cubo que tenga un centímetro por cada lado.

RESUMEN

La **superficie** de la **pirámide** se compone de caras triangulares planas que concurren en un punto llamado **vértice**. La cara sobre la cual se apoya, se llama **base**.

Un cubo tiene **seis caras cuadradas**. **12 aristas iguales** y **8 vértices**.

La cara sobre la que se apoya se llama **base**.

Un prisma está comprendido entre superficies cuadrangulares, triangulares y pentagonales (5 lados) que son sus bases, sus caras son planas y paralelas.

EVALUACION (Para hacer en el cuaderno de trabajo)

Completar:

Un cubo tiene _____ caras _____ Vértices _____
_____ Aristas.

2. Una pirámide rectangular tiene _____ caras, _____ aristas.

3. Un prisma pentagonal tiene _____ caras, _____ aristas.

INDICE

UNIDAD 0

REPASO	9
Las regletas y su uso	9
Adición. Leyes clausurativa y modulativa. Leyes conmutativa y asociativa	12
Orden aditivo. Ley cancelativa	13
Disminución	14
Multiplicación	15
División	16
Número fraccionario	18
Unidad de longitud	19
Concepto de capacidad	21
Evaluación	22

UNIDAD 1

CONJUNTOS	25
Noción de conjunto. Elemento. Relaciones entre conjuntos. Correspondencia uno-a-uno. Inclusión. Resumen. Evaluación.	

UNIDAD 2

CIFRAS Y NUMEROS	38
Ampliación de la numeración. Escritura de números. Lectura de números. Ordenación de los números. Resumen. Evaluación.	

UNIDAD 3
COMO REUNIR CONJUNTOS 46

Unión de conjuntos. Adición. Propiedad conmutativa. Propiedad asociativa. Elemento neutro. Sustracción. Resumen. Evaluación.

UNIDAD 4
EL PUNTO, LA LINEA, LA RECTA 67

El punto geométrico. La línea geométrica. La recta geométrica. Relaciones entre rectas. Segmento. Semirrecta. Relaciones entre segmentos. Resumen. Evaluación.

UNIDAD 5
LA MULTIPLICACION 76

La multiplicación y sus elementos. Producto nulo y producto neutro. Propiedad conmutativa del producto. Propiedad asociativa. Propiedad distributiva. Cálculo mental en la multiplicación. Resumen. Problemas.

UNIDAD 6
LA DIVISION 96

División. División por dos cifras. Divisibilidad y cálculo mental. División por tres cifras. Evaluación. Problemas sobre las cuatro operaciones.

UNIDAD 7
FIGURAS GEOMETRICAS 109

Noción de ángulo. Medición y dibujo de ángulos. Ángulos: recto, agudo y obtuso. Triángulo. Ángulos de un triángulo. Polígonos. El cuadrilátero. El paralelogramo. El trapecio. Resumen. Evaluación.

UNIDAD 8
CONCEPTO DE FRACCION 124

Medios, tercios y cuartos. Propiedades de las fracciones. Simplificación. Amplificación. Fracciones mayores que la unidad. Fracciones menores que la unidad. Fracciones homogéneas y heterogéneas. Adición de fracciones homogéneas. Adición de fracciones heterogéneas. Propiedades de las operaciones. Sustracción de fracciones homogéneas. Diferencia de fracciones heterogéneas. Fracciones decimales. Número decimal. Operaciones con decimales. Adición. Sustracción. Multiplicación. Resumen. Evaluación.

UNIDAD 9
LAS MEDIDAS 149

Historia. El sistema métrico decimal. Las divisiones del metro. Pulgadas, pies y yardas. Relaciones con el sistema métrico decimal. Resumen. Evaluación.

UNIDAD 10
CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD 161

Proporcionalidad directa. Regla de tres. Resumen. Evaluación.

UNIDAD 11
LA CIRCUNFERENCIA 166

Propiedades. El círculo. La esfera, Resumen. Evaluación.

UNIDAD 12
OTRAS FIGURAS GEOMETRICAS 170

La pirámide. El cubo. El prisma. Resumen. Evaluación.



ediciones
Tem